

Врз основа на член 55 став 1 од Законот за организација и работа на органите на државната управа управа („Службен весник на Република Македонија“ бр. 58/00, 44/02, 82/08, 167/10, 51/11 и „Службен весник на Република Северна Македонија“ бр. 96/2019 и 110/2019) и член 22 став 1 од Закон за средното образование („Службен весник на Република Македонија“ бр. 44/95, 24/96, 34/96, 35/97, 82/99, 29/02, 40/03, 42/03, 67/04, 55/05, 113/05, 35/06, 30/07, 49/07, 81/08, 92/08, 33/10, 116/10, 156/10, 18/11, 42/11, 51/11, 6/12, 100/12, 24/13, 41/14, 116/14, 135/14, 10/15, 98/15, 145/15, 30/16, 127/16, 67/17, 64/18 и „Службен весник на Република Северна Македонија“ бр. 229/20) и член 3 од Закон за математичко-информатичка гимназија („Службен весник на Република Македонија“ бр. 64/18) министерот за образование и наука ја донесе Наставната програма по **геометрија** за IV (четврта) година во математичко-информатичка гимназија.

МИНИСТЕРСТВО ЗА ОБРАЗОВАНИЕ И НАУКА

БИРО ЗА РАЗВОЈ НА ОБРАЗОВАНИЕТО



Наставна програма

ГЕОМЕТРИЈА

за IV година

Математичко-информатичка гимназија

Скопје, 2023 година

| | |
|--|--|
| Назив на наставната програма | Геометрија |
| Тип на наставна програма | Задолжителна |
| Кредитна вредност на наставната програма | 7 (седум) ЕЦВЕТ ¹ кредити (5+2, 2 кредита одговараат на 50 часа активности на ученикот од кои 18 часа за домашна работа, 12 часа за подготовка за писмени работи и 20 часа за самостојно учење) |
| Ниво на квалификација | IV (четврто) ниво |
| Година на изучување | IV (четврта) |
| Број на часови неделно/годишно за реализација на наставната програма | 3/99 |
| Цели на наставна програма | <p>Ученикот/ученичката:</p> <ul style="list-style-type: none"> - да ги продлабочи знаењата по просторна геометрија, перспективност и векторска алгебра, аналитичка геометрија во простор, и да ги применува во секојдневни ситуации, како и во други наставни предмети; - да постигне самодоверба во примената на стекнатите математички вештини за наоѓање, користење и презентирање на математичките аргументи; - да ја цени убавината, моќта, корисноста и интернационалната димензија на математиката и да извлекува задоволство од постигнатите резултат; - да развива логичко, критичко и креативно математичко мислење. |
| Теми/подрачја/модуларни единици на наставната програма | <ul style="list-style-type: none"> • ЕЛЕМЕНТИ ОД СТЕРЕОМЕТРИЈА • ФОРМУЛА НА ОЈЛЕР • ПЕРСПЕКТИВНОСТ ВО ПРОСТОР |

¹Закон за Националната рамка на квалификации.

| | |
|--|--|
| | <ul style="list-style-type: none"> • ВЕКТОРИ ВО ПРОСТОР • АНАЛИТИЧНА ГЕОМЕТРИЈА ВО ПРОСТОР |
| Материјално-технички и просторни услови | За постигнување на целите на наставата по <i>математика</i> неопходно е стручно осмислена и планирана примена на различни наставни средства, слики и цртежи, како и помагала: компјутер со соодветни програмски пакети, интернет и ЛЦД проектор. |
| Норматив на наставен кадар | <p>Наставната програма за IV година може да ја реализира:</p> <ul style="list-style-type: none"> - наставник со завршени студии по математика/наставна или друга насока, VII/1 или VIA според МРК и 240 ЕКТС; <p>Стручно лице кое исполнува најмалку еден од следните услови:</p> <ul style="list-style-type: none"> - да бил ментор на ученик кој бил награден на престижен меѓународен натпревар од соодветната област; - да е запишан на докторски студии соодветната област; - да има стекнато научен степен на доктор на науки на соодветната област. |

ЕЛЕМЕНТИ ОД СТЕРЕОМЕТРИЈА (27 часа)

| Ред. број | Резултати од учењето | Содржини и поими | Активности и методи | Стандарди за оценување |
|-----------|---|---|--|--|
| 1 | <p>Ученикот/ученичката ќе биде способен/на:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Да ги знае заемните односи на точка и рамнина и аксиомите поврзани со нив - Да ги знае заемните односи на права и рамнина и аксиомите поврзани со нив - Да ги знае заемните односи на две прави и аксиомите поврзани со нив - Да ги знае заемните односи на две рамнини и аксиомите поврзани со нив - Да пресметува волумен, плоштина на геометриски тела - Да пресметува плоштина на бочна површина на некои геометриски тела | <ul style="list-style-type: none"> • точка и рамнина <ul style="list-style-type: none"> - заемен однос - аксиоми - поим за полупростор (2 часа) • права и рамнина <ul style="list-style-type: none"> - заемен однос - аксиоми - нормала на рамнина - растојание од точка до рамнина - агол меѓу права и рамнина (2 часа) • две рамнини <ul style="list-style-type: none"> - заемен однос - аксиоми - агол меѓу две рамнини, нормални рамнини - диедар (2 часа) • коше <ul style="list-style-type: none"> - поим - агли на трирабно коше (2 часа) • геометриски тела <ul style="list-style-type: none"> - призма и цилиндар | <p>Активности</p> <ul style="list-style-type: none"> • Наставникот ги запознава учениците со основните геометриски поими • Учениците ги разгледуваат заемните односи и графички ги презентираат • Со помош на методите на активна настава учениците скицираат заемен однос на права и рамнина, две рамнини, коше • Наставникот обезбедува динамички софтвер со чија помош учениците набљудуваат мрежи на геометриски тела, а потоа одредуваат плоштина и волумен на геометриски тела во посложени задачи <p>Методи: дискусија, дијалог, демонстрација, учење преку откривање, решавање проблеми.</p> | <p>Ученикот/ученичката може:</p> <p>1.1: да ги искажува заемните односи за основните геометриски објекти и фигури</p> <p>1.2: да ги претставува графички заемните положби и да ги скицира геометриските тела</p> <p>1.3: решава задачи во врска со заемните положби и одредува волумен и плоштина на геометриски тела</p> <p>1.4: докажува теореми во врска со изнесените содржини</p> |

| | | | | |
|--|--|--|--|--|
| | | <ul style="list-style-type: none"> - пирамида и конус - топка и сфера - полиедар <p style="text-align: right;">(2 часа)</p> <ul style="list-style-type: none"> • мерење на геометриски величини - повторување за должина на отсечка - наивен вовед во Жорданова мера: математичка „дефиниција“ на плоштина и волумен <p style="text-align: right;">(3 часа)</p> <ul style="list-style-type: none"> • волумен на призма и цилиндар → принцип на Кавалиери <p style="text-align: right;">(2 часа)</p> <ul style="list-style-type: none"> • плоштина на бочна површина на призма и цилиндар <p style="text-align: right;">(2 часа)</p> <ul style="list-style-type: none"> • волумен на пирамида и конус <p style="text-align: right;">(2 часа)</p> <ul style="list-style-type: none"> • плоштина на бочна површина на пирамида и конус <p style="text-align: right;">(2 часа)</p> <ul style="list-style-type: none"> • засечени пирамида и конус <p style="text-align: right;">(2 часа)</p> <ul style="list-style-type: none"> • волумен на топка и делови од топка <p style="text-align: right;">(2 часа)</p> | | |
|--|--|--|--|--|

| | | <ul style="list-style-type: none"> • плоштина на сфера и делови од сфера (2 часа) <p>Поими : диедар, коше, полиедар</p> <p>Предлог-проект: Просторен агол. Стерадијан.</p> | | |
|----------------------------------|---|--|--|--|
| ФОРМУЛА НА ОЈЛЕР (9 часа) | | | | |
| Ред. број | Резултати од учењето | Содржини и поими | Активности и методи | Стандарди за оценување |
| 1 | <p>Ученикот/ученичката ќе биде способен/на:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Да ја формулира и применува теоремата на Ојлер за конвексни полиедри - Да ја формулира, применува и докажува теоремата на Ојлер за графови во рамнина - Да ја формулира и применува основната теорема на Платон за правилни полиедри | <ul style="list-style-type: none"> • поим за конвексен полиедар (1 час) • поим за граф во рамнина (1 час) • формулација на теоремата на Ојлер: <ul style="list-style-type: none"> - за конвексни полиедри - за графови во рамнина (1 час) • поим за стереографска проекција и еквивалентност на формулациите (1 час) • доказ на теоремата (формулата) на Ојлер за графови во рамнина <ul style="list-style-type: none"> - со индукција - со дуален граф и скелетни дрва | <p>Активности</p> <ul style="list-style-type: none"> • Наставникот дефинира конвексен полиедар и рамнински граф, а учениците решаваат задачи со примена на теоремата на Ојлер • Низ групна работа учениците разгледуваат различни докази на теоремата на Ојлер • Со помош на техниките за активна настава учениците решаваат посложени задачи <p>Методи: дискусија, дијалог, демонстрација, учење преку откривање, решавање проблеми.</p> | <p>Ученикот/ученичката може:</p> <ul style="list-style-type: none"> 1.1: да ја искажува формулата на Ојлер 1.2: да дава примери на конвексни полиедри 1.3: да решава задачи во врска со формулата на Ојлер 1.4: да ја докажува формулата на Ојлер |

| | | <p>(2 часа)</p> <ul style="list-style-type: none"> • поим за правилни полиедри <p>(1 час)</p> <ul style="list-style-type: none"> • основна теорема (Платон) за правилни полиедри <p>(2 часа)</p> <p>Поими : конвексен полиедар, граф во рамнина, стереографска проекција, дуален граф</p> <p>Предлог-проект : Последици од формулата на Ојлер за рамнински графови.</p> | | |
|--|---|---|---|--|
| ПЕРСПЕКТИВНОСТ ВО ПРОСТОР (27 часа) | | | | |
| Ред. број | Резултати од учењето | Содржини и поими | Активности и методи | Стандарди за оценување |
| 1 | <p>Ученикот/ученичката ќе биде способен/на:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Да врши паралелна проекција на рамнина врз рамнина - Да ги знае и применува основните особини на паралелна проекција - Да ја формулира и применува основната теорема за три точки и да ги знае последиците од самата теорема | <ul style="list-style-type: none"> • поим за паралелна проекција на рамнина врз рамнина <p>(1 час)</p> <ul style="list-style-type: none"> • основни особини на паралелна проекција - права \rightarrow права - запазување на паралелност - запазување на (единечен) однос на три колонеарни точки | <p>Активности:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Наставникот дефинира паралелна проекција, а учениците набљудуваат основни особини и теореми • Со помош на групна работа учениците решаваат посложени задачи и докажуваат теореми | <p>Ученикот/ученичката може:</p> <ul style="list-style-type: none"> 1.1: да искажува дефиниција за паралелна проекција 1.2: да ги објаснува основните особини 1.3: да решава поедноставни задачи во врска со искажаните содржини 1.4: да ги докажува теоремите и да решава натпреварувачки задачи |

| | | | | |
|---|---|--|---|---|
| | <ul style="list-style-type: none"> - Да ги формулира и применува теоремите на Гаус (за комплетен четириаголник) и Чева - Да решава натпреварувачки задачи | <ul style="list-style-type: none"> - запазување на однос на плоштини (3 часа) • основната теорема за три точки (2 часа) • последици на основната теорема за три точки - теорема на Гаус (за комплетен четириаголник) - теорема на Чева (2 часа) • натпреварувачки задачи (3 часа) <p>Поими: паралелна проекција</p> | <p>Методи: дискусија, дијалог, демонстрација, учење преку откривање, решавање проблеми.</p> | |
| 2 | <ul style="list-style-type: none"> - Да врши централна проекција на рамнина врз рамнина - Да ги знае и применува основните особини на централна симетрија - Да ја формулира и применува теоремата на Дезарг за два перспективни триаголници - Да ги формулира и применува теоремите на Менелај и Чева - Да ја формулира и применува основната теорема за четири точки - Да ја формулира, докажува и применува основната теорема за кружници | <ul style="list-style-type: none"> • поим за централна проекција на рамнина врз рамнина - исклучителни точки - исклучителни прави (1 час) • основни особини на централна симетрија - права → права - паралелност - запазување на двоен однос на четири колинеарни точки (3 часа) | <p>Активности</p> <ul style="list-style-type: none"> • Наставникот дефинира централна проекција, а учениците набљудуваат основни особини и теореми • Со помош на групна работа учениците решаваат посложени задачи и докажуваат теореми <p>Методи: дискусија, дијалог, демонстрација, учење преку откривање, решавање проблеми.</p> | <p>2.1: да искажува дефиниција за централна проекција</p> <p>2.2: да ги објаснува основните особини</p> <p>2.3: да решава поедноставни задачи во врска со искажаните содржини</p> <p>2.4: да ги докажува теоремите и да решава натпреварувачки задачи</p> |

| | | | | |
|--|--|--|--|--|
| | <ul style="list-style-type: none"> - Да ја формулира и применува теоремата на Паскал за тетивен шестаголник - Да ја формулира и применува теоремата на Брианшон за тангентен шестаголник - Да решава натпреварувачки задачи | <ul style="list-style-type: none"> • последици на основните особини - теорема (Дезарг) за два перспективни триаголници - теорема за три перспективни триаголници - теорема на Менелај - теорема на Чева (3 часа) • основна теорема за четири точки (2 часа) • основна теорема за „кружници“ (доказ со помош на стереографска проекција) (4 часа) • последици на основната теорема за „кружници“ - теорема на Паскал (за тетивен шестаголник) - теорема на Брианшон (за тангентен шестаголник) (2 часа) • натпреварувачки задачи (3 часа) <p>Поими: централна проекција, исклучителни точки, исклучителни прави</p> | | |
|--|--|--|--|--|

ВЕКТОРИ ВО ПРОСТОР (9 часа)

| Ред. број | Резултати од учењето | Содржини и поими | Активности и методи | Стандарди за оценување |
|-----------|---|---|--|--|
| 1 | <p>Ученикот/ученичката ќе биде способен/на:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Да определува векторски производ на два вектори - Да го користи условот за колинеарност на два вектори во задачи - Да определува мешан производ на три вектори - Да го користи условот за компланарност на три вектори во задачи | <ul style="list-style-type: none"> • повторување за вектори и Декартов координатен систем (1 час) • векторски производ на два вектори - дефиниција и својства - услов за колинеарност (2 часа) • координати на векторски производ (2 часа) • мешан производ на три вектори - дефиниција и геометриска интерпретација - основни својства - услов за компланарност (2 часа) • пресметување на мешан производ со помош на координати (2 часа) <p>Поими : векторски производ, мешан производ</p> | <p>Активности</p> <ul style="list-style-type: none"> • Наставникот организира повторување на основните својства на операции со вектори и скаларен производ • Учениците разгледуваат вектор нормален на рамнината определена со други два вектори и на паралелопипедот конструиран над три вектори • Низ групна работа учениците запишуваат својства на векторскиот и мешаниот производ и ги докажуваат • Наставникот обезбедува соодветен динамички софтвер со чија помош учениците ги набљудуваат новите поими и согледуваат нивни заемни врски <p>Методи: дискусија, дијалог, демонстрација, учење преку откривање, решавање проблеми.</p> | <p>Ученикот/ученичката може:</p> <ul style="list-style-type: none"> 1.1: да ги искажува дефинициите за векторски и мешан производ 1.2: да ги објаснува основните особини и геометриската интерпретација 1.3: да решава задачи во врска со искажаните содржини 1.4: да ги докажува основните својства |

АНАЛИТИЧНА ГЕОМЕТРИЈА (27 часа)

| Ред. број | Резултати од учењето | Содржини и поими | Активности и методи | Стандарди за оценување |
|-----------|---|--|---|--|
| 1 | <p>Ученикот/ученичката ќе биде способен/на:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Да определува нормална векторска и скаларна равенка на рамнина - Да определува општа векторска и скаларна равенка на рамнина - Да определува сегментен вид равенка на рамнина - Да трансформира равенка на рамнина од еден во друг облик - Да определува равенка на рамнина која минува низ три точки - Да определува растојание од точка до рамнина - Да наоѓа агол помеѓу две рамнини - Да го користи условот за ортогоналност на две рамнини во задачи | <ul style="list-style-type: none"> • нормална равенка на рамнина <ul style="list-style-type: none"> - основни поими - нормална векторска равенка - нормална скаларна равенка - примери <p align="right">(2 часа)</p> • општа равенка на рамнина <ul style="list-style-type: none"> - општа векторска равенка - општа скаларна равенка - примери <p align="right">(2 часа)</p> • сегментна равенка на рамнина <ul style="list-style-type: none"> - примери <p align="right">(1 час)</p> • равенка на рамнина низ три дадени неколинеарни точки <ul style="list-style-type: none"> - примери <p align="right">(1 час)</p> • растојание од точка до рамнина <ul style="list-style-type: none"> - примери <p align="right">(2 часа)</p> • агол меѓу две рамнини и услов за ортогоналност <ul style="list-style-type: none"> - примери <p align="right">(1 час)</p> <p>Поими:</p> | <p>Активности</p> <ul style="list-style-type: none"> • Наставникот ги воведува различните равенки на рамнина во простор, а учениците согледуваат разлики и начини за премин од еден во друг вид равенка на рамнина • Со помош на динамички софтвер учениците набљудуваат заемни односи на дадени геометриски објекти и изведуваат заклучоци кои потоа ги докажуваат <p>Методи: дискусија, дијалог, демонстрација, учење преку откривање, решавање проблеми.</p> | <p>Ученикот/ученичката може:</p> <ul style="list-style-type: none"> 1.1: да ги искажува наведените облици на равенки на рамнина 1.2: да ги објаснува и разликува различните равенки на рамнина 1.3: да решава задачи во врска со рамнина во простор 1.4: да ги докажува основните теореми |

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| 2 | <ul style="list-style-type: none"> - Да запишува равенка на права во векторки облик - Да запишува равенка на права во параметарски облик - Да запишува равенка на права во каноничен облик - Да определува равенка на права која минува низ две дадени точки - Да трансформира равенка на права од еден во друг облик - Да определува растојание од точка до права - Да определува агол помеѓу две прави - Да го користи условот за ортогоналност на две прави во задачи - Да определува агол помеѓу права и рамнина | <ul style="list-style-type: none"> • векторски облик на равенка на права (1 час) • параметарска равенка на права (1 час) • канонична равенка на права (1 час) • равенка на права низ две дадени точки (1 час) • растојание од точка до права (2 часа) • агол меѓу две прави и услов за ортогоналност (1 час) • агол меѓу права и рамнина (2 часа) <p>Поими:</p> | <p>Активности</p> <ul style="list-style-type: none"> • Наставникот ги воведува различните равенки на права во простор, а учениците согледуваат разлики и начини за премин од еден во друг вид равенка на права • Со помош на динамички софтвер учениците набљудуваат заемни односи на дадени геометриски објекти и изведуваат заклучоци кои потоа ги докажуваат <p>Методи: дискусија, дијалог, демонстрација, учење преку откривање, решавање проблеми.</p> | <p>2.1: да ги искажува наведените облици на равенки на права</p> <p>2.2: да ги објаснува и разликува различните равенки на права</p> <p>2.3: да решава задачи во врска со права во простор</p> <p>2.4: да ги докажува основните теореми</p> |
|---|---|---|---|---|

| | | | | |
|---|--|---|---|--|
| 3 | <ul style="list-style-type: none"> - Да определува заемен однос на две рамнини и да ги користи условите за паралелност, совпаѓање и пресекување - Да определува заемен однос на две прави во просторот и да ги користи условите за паралелност, прескување и разминување - Да пресметува растојание помеѓу две разминувачки прави - Да определува равенка на рамнина низ две компланарни прави - Да определува заемен однос на права и рамнина и да ги користи условите за припадност, паралелност и пробод - Да определува прободна точка на права и рамнина - Да користи прамен рамнини во задачи | <ul style="list-style-type: none"> • заемен однос на две рамнини <ul style="list-style-type: none"> - услов за паралелност - услов за совпаѓање - услов за пресекување - равенка на права како пресек на две рамнини (3 часа) • заемен однос на две прави во простор <ul style="list-style-type: none"> - услов за паралелност - услов за пресекување - разминувачки прави - растојание меѓу разминувачки прави - равенка на рамнина низ две компланарни прави (3 часа) • заемен однос на права и рамнина <ul style="list-style-type: none"> - услов за паралелност - услов за припадност - услов за пробод - прамен рамнини (низ права) (3 часа) <p>Поими: разминувачки прави, пробод</p> | <p>Активности:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Наставникот со помош на техниките за активна настава обезбедува соодветен динамички софтвер со чија помош учениците разгледуваат заемни односи меѓу две рамнини, две прави и права и рамнина и изведуваат заклучоци • Низ групна работа учениците разгледуваат теореми и докази на теореми поврзани со заемните односи на права и рамнина <p>Методи: дискусија, дијалог, демонстрација, учење преку откривање, решавање проблеми.</p> | <p>3.1: да ги набројува заемните односи меѓу основните геометриски елементи</p> <p>3.2: да ги претставува графички заемните односи</p> <p>3.3: да решава задачи во врска со заемните односи</p> <p>3.4: да ги докажува основните теореми</p> |
|---|--|---|---|--|

| | |
|--|--|
| <p>Оценување на постигањата на учениците</p> | <p>За да се оценат постигнувањата на ученикот неопходно е:</p> <ul style="list-style-type: none"> - да се согледа иницијалната состојба на ученикот (согледување на неговите претходни искуства, знаење и вештини); - да се разговара со ученикот за да се добијат сознанија за неговото логичко размислување, разбирањето на поими и степенот на разбирање при нивната примена, оспособеноста за решавање задачи; - континуирано следење на односот на ученикот кон работата, соработка со врсниците, покажаната иницијативност, љубопитност, самостојност, точност во искажувањето и истрајност во извршувањето на обврските; - континуирано утврдување и проверка на стекнатите знаења, способности и вештини во модуларните единици. <p>Оценувањето на постигањата на учениците ќе биде со бројна оценка (од 1 до 5). Писменото оценување ќе се врши преку изработка на четири писмени работи по две во секое полугодие.</p> |
| <p>Литература</p> | <p>За реализација на наставната програма неопходен е учебник одобрен од министер за образование и наука, збирка задачи и други извори.</p> |
| <p>Почеток на имплементација на наставната програма</p> | <p>Учебна 2023/2024 година</p> |
| <p>Институција/ носител на програмата</p> | <p>Биро за развој на образованието (БРО)</p> |
| <p>Потпис и датум на донесување на наставната програма</p> | <p>бр. 13-6691/3 4.7.2023 година</p> <p style="text-align: right;">МИНИСТЕР, Doc.Dr. Jeton Shaqiri</p> <hr style="width: 20%; margin-left: auto; margin-right: 0;"/> |
| <p>Датум на ревизија</p> | |