

Врз основа на член 55 став 1 од Законот за организација и работа на органите на државната управа („Службен весник на Република Северна Македонија“ бр. 58/00, 44/02, 82/08,167/10,51/11, 96/2019 и 110/2019) и член 22 став 1 од Законот за средно образование („Службен весник на Република Северна Македонија“ бр. 44/95, 24/96, 34/96, 35/97, 82/99, 29/02, 40/03, 42/03, 67/04, 55/05, 113/05, 35/06, 30/07, 49/07, 81/08, 92/08, 33/10, 116/10, 156/10, 18/11, 42/11, 51/11, 6/12, 100/12, 24/13, 41/14, 116/14, 135/14, 10/15, 98/15, 145/15, 30/16, 127/16, 67/17, 64/18 и 229/20) и член 3 од Законот за математичко-информатичка гимназија („Службен весник на Република Северна Македонија“ бр. 64/18) министерот за образование и наука ја донесе Наставната програма по **пресметковни методи** за III (трета) година изборен предмет во математичко-информатичка гимназија.

МИНИСТЕРСТВО ЗА ОБРАЗОВАНИЕ И НАУКА

БИРО ЗА РАЗВОЈ НА ОБРАЗОВАНИЕТО



Наставна програма

**ПРЕСМЕТКОВНИ МЕТОДИ**

*ИЗБОРЕН ПРЕДМЕТ*

за III година

**Математичко-информатичка гимназија**

Скопје, 2022 година

Назив на наставната програма	Теорија на броеви
Тип на наставна програма	Изборна
Кредитна вредност на наставната програма	5(пет) ЕЦВЕТ <sup>1</sup> кредити
Ниво на квалификација	IV (четврто) ниво
Година на изучување	III (трета)
Број на часови неделно/годишно за реализација на наставната програма	3/108
Цели на наставна програма	<p>Ученикот/ученичката:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- да ги продлабочи знаењата по математика од елементите на теорија на грешки, приближно решавање равенки и системи линеарни равенки, апроксимација на непрекинати функции со полиноми и по интерполација и обратна интерполација.</li> <li>- да постигне самодоверба во примената на стекнатите математички вештини за наоѓање, користење и презентирање на математичките аргументи;</li> <li>- да ја цени убавината, моќта, корисноста и интернационалната димензија на математиката и да извлекува задоволство од постигнатите резултат;</li> <li>- да развива логичко, критичко и креативно математичко мислење.</li> </ul>

<sup>1</sup>Закон за Националната рамка на квалификации.

<p>Теми/подрачја/модуларни единици на наставната програма</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• ЕЛЕМЕНТИ ОД ТЕОРИЈАТА НА ГРЕШКИ</li> <li>• РЕШАВАЊЕ НА РАВЕНКИ</li> <li>• РЕШАВАЊЕ СИСТЕМИ ЛИНЕАРНИ РАВЕНКИ</li> <li>• АПРОКСИМАЦИЈА НА НЕПРЕКИНАТИ ФУНКЦИИ СО ПОЛИНОМИ</li> <li>• ИНТЕРПОЛАЦИЈА И ОБРАТНА ИНТЕРПОЛАЦИЈА</li> </ul>
<p>Материјално-технички и просторни услови</p>	<p>За постигнување на целите на наставата по <i>математика</i> неопходно е стручно осмислена и планирана примена на различни наставни средства, слики и цртежи, како и помагала: компјутер со соодветни програмски пакети, интернет и ЛЦД проектор.</p>
<p>Норматив на наставен кадар</p>	<p>Наставната програма за III година може да ја реализира:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- наставник со завршени студии по математика/наставна или друга насока, VII/1 или VIA според МРК и 240 ЕКТС;</li> </ul> <p>Стручно лице кое исполнува најмалку еден од следните услови:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- да бил ментор на ученик кој бил награден на престижен меѓународен натпревар од соодветната област;</li> <li>- да е запишан на докторски студии соодветната област;</li> <li>- да има стекнато научен степен на доктор на науки на соодветната област.</li> </ul>

**ЕЛЕМЕНТИ ОД ТЕОРИЈАТА НА ГРЕШКИ (14 часа)**

Ред. број	Резултати од учењето	Содржини и поими	Активности и методи	Стандарди за оценување
1	<p><b>Ученикот/ученичката ќе биде способен/на:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Да ги знае видовите на грешки</li> <li>- Да определува апсолутна и релативна грешка</li> <li>- Да врши заокружување на броеви</li> <li>- Да решава задачи од грешки при операции со приближни броеви</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Извори на грешки. Видови на грешки (2 часа)</li> <li>• Приближни броеви. Апсолутна и релативна грешка (4 часа)</li> <li>• Запишување на приближни броеви (2 часа)</li> <li>• Заокружување на броевите (2 часа)</li> <li>• Грешки при операции со приближни броеви (4 часа)</li> </ul> <p><b>Поими :</b> апсолутна и релативна грешка, приближни броеви, заокружување на броеви.</p>	<p><b>Активности</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Наставникот ги запознава учениците со видовите и изворите на грешки, а учениците наведуваат примери на приближни броеви</li> <li>• Низ групната настава учениците разгледуваат посложени задачи во кои одредуваат апсолутна и релативна грешка и заокружување на броевите при операции со приближни броеви</li> </ul> <p><b>Методи:</b> дискусија, дијалог, демонстрација, учење преку откривање, решавање проблеми.</p>	<p><b>Ученикот/ученичката може:</b></p> <p>1.1: да разликува видови на грешки ,запишува приближни броеви.</p> <p>1.2: да дава примери за приближни броеви и нивно заокружување.</p> <p>1.3: да решава задачи во врска со наведените содржини</p> <p>1.4: да решава посложени задачи од елементите на теорија на грешки.</p>

## РЕШАВАЊЕ НА РАВЕНКИ ( 12 часа)

Ред. број	Резултати од учењето	Содржини и поими	Активности и методи	Стандарди за оценување
1	<p>Ученикот/ученичката ќе биде способен/на:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Да врши локализација на решението на дадена равенка</li> <li>- Да определува решение на равенка со методот на преполовување</li> <li>- Да определува решение на равенка со методот на прости итерации</li> <li>- Да определува решение на равенка со методот на лажна положба</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Локализација на решението на равенка (3часа)</li> <li>• Интервални методи</li> <li>-Метод на преполовување (3 часа)</li> <li>-Метод на прости итерации (3часа)</li> <li>-Метод на лажна положба (3часа)</li> </ul> <p><b>Поими:</b> локализација на решение на равенка, интервални методи, метод на преполовување, метод на прости итерации, метод на лажна положба.</p>	<p><b>Активности</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Наставникот ги запознава учениците со интервалните методи на решавање, а учениците ги користат во конкретни задачи</li> <li>• Низ групна работа учениците се запознаваат со методот на преполовување, прости итерации и лажна положба и се оспособуваат за решавање посложени задачи</li> <li>• Наставникот користи динамички софтвер за презентирање на методите за локализирање решение на равенка</li> </ul> <p><b>Методи:</b> дискусија, дијалог, демонстрација, учење преку откривање, решавање проблеми.</p>	<p>Ученикот/ученичката може:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>1.1:да набројува интервални методи ;</li> <li>1.2:да дава примери за интервалните методи</li> <li>1.3:да решава задачи со интервалните методи</li> <li>1.4:да решава посложени задачи.</li> </ul>

РЕШАВАЊЕ СИСТЕМИ ЛИНЕАРНИ РАВЕНКИ (34 часа)				
Ред. број	Резултати од учењето	Содржини и поими	Активности и методи	Стандарди за оценување
1	<p>Ученикот/ученичката ќе биде способен/на:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Да решава систем линеарни равенки со примена на Крамерово правило</li> <li>- Да решава систем линеарни равенки со примена на Матричен метод</li> <li>- Да решава систем линеарни равенки со примена на Гаусов метод</li> <li>- Да го применува Гаусовиот метод со избор на водечки елемент при решавање на систем линеарни равенки</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Основни поими (2 часа)</li> <li>• Директни методи</li> <li>- Крамерово правило (4 часа)</li> <li>- Матричен метод (4 часа)</li> <li>• Сведување на системот на еквивалентни системи</li> <li>- Основен Гаусов метод (4 часа)</li> <li>- Гаусов метод со избор на водечки елемент (4 часа)</li> </ul> <p><b>Поими:</b> директни методи</p>	<p><b>Активности</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Наставникот ги воведува основните директни методи за решавање систем линеарни равенки</li> <li>• Со помош на техниките за активна настава учениците решаваат системи линеарни равенки и прават споредби меѓу методите</li> </ul> <p><b>Методи:</b> дискусија, дијалог, демонстрација, учење преку откривање, решавање проблеми.</p>	<p>Ученикот/ученичката може:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1.1: да ги именува директните методи за решавање системи линеарни равенки.</li> <li>1.2: да дава примери за директните методи за решавање системи линеарни равенки.</li> <li>1.3: да решава системи линеарни равенки со наведените методи.</li> <li>1.4: да решава посложени задачи.</li> </ol>
2	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Да решава систем линеарни равенки со методот на Јакоби</li> <li>- Да решава систем линеарни равенки со методот на Гаус-Зајдел</li> <li>- Да користи софтверски програми за моделирање и решавање систем линеарни равенки</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Индиректни методи</li> <li>- Метод на Јакоби (4 часа)</li> <li>- Метод на Гаус-Зајдел (4 часа)</li> <li>• Употреба на програми Mathematica, MathLab, Visual Basic и други за програмирање (или користење на вградени</li> </ul>	<p><b>Активности</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Наставникот ги воведува индиректните методи за решавање систем линеарни равенки и примената на соодветен софтвер за пресметување на апроксимациите</li> </ul>	<ol style="list-style-type: none"> <li>2.1: да ги именува индиректните методи за решавање системи линеарни равенки.</li> <li>2.2: да дава примери за индиректните методи за решавање системи линеарни равенки.</li> <li>2.3: да решава системи линеарни равенки со индиректните методи.</li> </ol>

		<p>алатки во програмите) за пресметки на апроксимациите (8 часа)</p> <p><b>Поими:</b> индиректни методи</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Учениците се насочуваат кон продлабочена анализа и примена на индиректните методи и примената на софтверот, преку решавање посложени задачи</li> </ul> <p><b>Методи:</b> дискусија, дијалог, демонстрација, учење преку откривање, решавање проблеми.</p>	2.4: : да решава посложени задачи.
--	--	---	--	------------------------------------

АПРОКСИМАЦИЈА НА НЕПРЕКИНАТИ ФУНКЦИИ СО ПОЛИНОМИ ( 20 часа)				
Ред. број	Резултати од учењето	Содржини и поими	Активности и методи	Стандарди за оценување
1	<p>Ученикот/ученичката ќе биде способен/на:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Да дефинира рамномерна конвергенција</li> <li>Да решава задачи со примена на рамномерна конвергенција</li> <li>Да ја формулира и применува теоремата на Ваерштрас</li> <li>Да ги применува полиномите на Бернштајн</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Поим за рамномерна конвергенција (4 часа)</li> <li>Формулација на теоремата на Ваерштрас (4 часа)</li> <li>Полиноми на Бернштајн (4 часа)</li> <li>Употреба на програми Mathematica, MathLab, Visual Basic и други за програмирање (или користење на вградени</li> </ul>	<p><b>Активности</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Наставникот го воведува поимот рамномерна конвергенција</li> <li>Учениците илустрираат со примери разлика меѓу обична и рамномерна конвергенција</li> <li>Наставникот применува соодветен софтвер за</li> </ul>	<p>Ученикот/ученичката може:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>1.1: да разликува обична конвергенција од рамномерна конвергенција.</li> <li>1.2: да дава примери за обична конвергенција и за рамномерна конвергенција.</li> <li>1.3: да решава задачи со користење на теоремите.</li> <li>1.4: : да решава посложени задачи.</li> </ul>



	<p>- Да користи софтверски програми за моделирање на апроксимација на непрекинати функции со полиноми</p>	<p>алатки во програмите) за пресметки на апроксимациите и експлицитно претставување на апроксимациите ( 8часа)  <b>Поими:</b> рамномерна конвергенција, полиноми на Бернштајн.</p>	<p>одредување апроксимации и нивно претставување  • Со помош на техниките за активна настава учениците се охрабруваат за примена на софтверски решенија при решавање посложени задачи   <b>Методи:</b> дискусија, дијалог, демонстрација, учење преку откривање, решавање проблеми.</p>	
--	---	--	---	--

ИНТЕРПОЛАЦИЈА И ОБРАТНА ИНТЕРПОЛАЦИЈА (28 часа)				
Ред. број	Резултати од учењето	Содржини и поими	Активности и методи	Стандарди за оценување
1	<p><b>Ученикот/ученичката ќе биде способен/на:</b>  - Да применува интерполација и екстраполација  - Да определува грешка при интерполација  - Да го применува Лагранжовиот интерполационен полином</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Интерполација и екстраполација (2часа)</li> <li>• Грешка при интерполација (3часа)</li> <li>• Лагранжов интерполационен полином (3часа)</li> <li>• Конечни разлики (2часа)</li> </ul>	<p><b>Активности</b>  • Наставникот ги воведува поимите интерполација и екстраполација на полином  • Учениците ги користат во задачи: Лагранжов интерполационен полином,</p>	<p><b>Ученикот/ученичката може:</b>  1.1: да разликува интерполациони полиноми.  1.2: да дава примери на интерполациони полиноми.  1.3: да решава задачи од конкретните содржини.</p>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Да решава задачи од конечни разлики</li> <li>- Да ги применува Њутновите интерполациони полиноми</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Њутнов интерполационен полином</li> <li>-Прв Њутнов интерполационен полином (3часа)</li> <li>- Втор Њутнов интерполационен полином (3часа)</li> </ul> <p><b>Поими:</b> интерполација, екстраполација, грешка при интерполација, конечни разлики.</p>	<p>Њутнов интерполационен полином</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Низ групна работа учениците разгледуваат грешки при интерполација на полином</li> </ul> <p><b>Методи:</b> дискусија, дијалог, демонстрација, учење преку откривање, решавање проблеми.</p>	<p>1.4: да решава посложени задачи од конкретните содржини.</p>
2	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Да ја применува Лагранжовата обратна интерполација</li> <li>- Да ги применува првата и втората Њутнова обратна интерполација</li> <li>- Да ги применува интерполацијата и обратната интерполација при решавање на равенки</li> <li>- Да користи софтверски програми за моделирање на интерполација и обратна интерполација</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Обратна интерполација</li> <li>-Лагранжова обратна интерполација (2часа)</li> <li>-Прва Њутнова обратна интерполација (2часа)</li> <li>- Втора Њутнова обратна интерполација (2часа)</li> </ul> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Примена на интерполација и обратна интерполација при решавање на равенки (3 часа)</li> <li>• Употреба на програми Mathematica, MathLab, Visual Basic и други за програмирање (или користење на вградени алатки во програмите) за пресметки на апроксимациите и експлицитно претставување на интерполациите (3 часа)</li> </ul>	<p><b>Активности</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Со помош на техниките за активна настава учениците разгледуваат обратни интерполации и решаваат задачи со нивна примена</li> <li>• Наставникот применува соодветен софтвер и ги охрабрува учениците за примена при пресметување на апроксимациите и нивно претставување</li> </ul> <p><b>Методи:</b> дискусија, дијалог, демонстрација, учење преку откривање, решавање проблеми.</p>	<p>2.1: да разликува обратни интерполации.</p> <p>2.2: да дава примери за обратни интерполации.</p> <p>2.3: да решава задачи од конкретните содржини.</p> <p>2.4: да решава посложени задачи од конкретните содржини.</p>

		<p><b>Поими:</b> Обратна интерполација.</p>		
<p><b>Оценување на постигањата на учениците</b></p>	<p>За да се оценат постигнувањата на ученикот неопходно е:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- да се согледа иницијалната состојба на ученикот (согледување на неговите претходни искуства, знаење и вештини);</li> <li>- да се разговара со ученикот за да се добијат сознанија за неговото логичко размислување, разбирањето на поими и степенот на разбирање при нивната примена, оспособеноста за решавање задачи;</li> <li>- континуирано следење на односот на ученикот кон работата, соработка со врсниците, покажаната иницијативност, љубопитност, самостојност, точност во искажувањето и истрајност во извршувањето на обврските;</li> <li>- континуирано утврдување и проверка на стекнатите знаења, способности и вештини во модуларните единици.</li> </ul> <p>Оценувањето на постигањата на учениците ќе биде со бројна оценка (од 1 до 5). Писменото оценување ќе се врши преку изработка на четири писмени работи по две во секое полугодие.</p>			
<p><b>Литература</b></p>	<p>За реализација на наставната програма неопходен е учебник одобрен од министер за образование и наука, збирка задачи и други извори.</p>			

Почеток на имплементација на наставната програма	Учебна 2022/2023 година
Институција/ носител на програмата	Биро за развој на образованието (БРО)
Потпис и датум на донесување на наставната програма	бр. 13-7336/4 22.6.2022 година  <p style="text-align: right;"><b>МИНИСТЕР,</b> <b>Doc.Dr. Jeton Shaqiri</b></p> <hr/>
Датум на ревизија	