

Врз основа на член 55 став 1 од Законот за организација и работа на органите на државната управа („Службен весник на Република Северна Македонија“ бр. 58/00, 44/02, 82/08, 167/10, 51/11, 96/2019 и 110/2019) и член 22 став 1 од Законот за средно образование („Службен весник на Република Северна Македонија“ бр. 44/95, 24/96, 34/96, 35/97, 82/99, 29/02, 40/03, 42/03, 67/04, 55/05, 113/05, 35/06, 30/07, 49/07, 81/08, 92/08, 33/10, 116/10, 156/10, 18/11, 42/11, 51/11, 6/12, 100/12, 24/13, 41/14, 116/14, 135/14, 10/15, 98/15, 145/15, 30/16, 127/16, 67/17, 64/18 и 229/20) и член 3 од Законот за математичко-информатичка гимназија („Службен весник на Република Северна Македонија“ бр. 64/18) министерот за образование и наука ја донесе Наставната програма по **математичка анализа** за III (трета) година математичко-информатичка гимназија.

МИНИСТЕРСТВО ЗА ОБРАЗОВАНИЕ И НАУКА  
БИРО ЗА РАЗВОЈ НА ОБРАЗОВАНИЕТО



Наставна програма

**МАТЕМАТИЧКА АНАЛИЗА**

за III година

**Математичко-информатичка гимназија**

Скопје, 2022 година

<b>Назив на наставната програма</b>	Математичка анализа
<b>Тип на наставна програма</b>	Задолжителна
<b>Кредитна вредност на наставната програма</b>	7 (седум) ЕЦВЕТ <sup>1</sup> кредити (5+2, 2 кредита одговараат на 50 часа активности на ученикот од кои 18 часа за домашна работа, 12 часа за подготовка за писмени работи и 20 часа за самостојно учење)
<b>Ниво на квалификација</b>	IV (четврто) ниво
<b>Година на изучување</b>	III (трета)
<b>Број на часови неделно/годишно за реализација на наставната програма</b>	3/108
<b>Цели на наставна програма</b>	<p>Ученикот/ученичката:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- да ги продлабочи знаењата по математика од реални броеви, низи, функции од една реална променлива и извод на функција и да ги применува во секојдневни ситуации, како и во други наставни предмети;</li> <li>- да постигне самодоверба во примената на стекнатите математички вештини за наоѓање, користење и презентирање на математичките аргументи;</li> <li>- да ја ценi убавината, моќта, корисноста и интернационалната димензија на математиката и да извлекува задоволство од постигнатите резултат;</li> <li>- да развива логичко, критичко и креативно математичко мислење.</li> </ul>

---

<sup>1</sup>Закон за Националната рамка на квалификации.

Теми/подрачја/модуларни единици на наставната програма	<ul style="list-style-type: none"> <li>• РЕАЛНИ БРОЕВИ</li> <li>• НИЗИ</li> <li>• ФУНКЦИИ ОД ЕДНА РЕАЛНА ПРОМЕНЛИВА</li> <li>• ИЗВОД НА ФУНКЦИЈА</li> </ul>
Материјално-технички и просторни услови	<p>За постигнување на целите на наставата по математика неопходно е стручно осмислена и планирана примена на различни наставни средства, слики и цртежи, како и помагала: компјутер со соодветни програмски пакети, интернет и ЛЦД проектор.</p>
Норматив на наставен кадар	<p>Наставната програма за III година може да ја реализира:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- наставник со завршени студии по математика/наставна или друга насока, VII/1 или VIA според МРК и 240 ЕКТС;</li> </ul> <p>Стручно лице кое исполнува најмалку еден од следните услови:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>-да бил ментор на ученик кој бил награден на престижен меѓународен натпревар од соодветната област;</li> <li>- да е запишан на докторски студии соодветната област;</li> <li>-да има стекнато научен степен на доктор на науки на соодветната област.</li> </ul>

РЕАЛНИ БРОЕВИ (16 часа)				
Ред. број	Резултати од учењето	Содржини и поими	Активности и методи	Стандарди за оценување
1	<p><b>Ученикот/ученичката ќе биде способен/на:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Да решава задачи од преброиви множества, густi множества, конечни и бесконечни множества.</li> <li>- Да докажува дека <math>\sqrt{2}</math> е ирационален број</li> <li>- Да докажува дека множеството од рационалните броеви е преброиво множество</li> <li>- Да докажува дека множеството од реални броеви не е преброиво множество</li> <li>- Да дефинира кардинален број и определува кардинален број на множества</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Повторување за бројни множества(1 час)</li> <li>• Конечни и бесконечно периодични децимални броеви,рационални броеви(2 часа)</li> <li>• Ирационални броеви .Бројот <math>\sqrt{2}</math> и бројот <math>\pi</math>(2 часа)</li> <li>• Реални броеви,аксиоми (2 часа)</li> <li>• Густина на множеството од рационални броеви и густина на множеството од ирационални броеви (2 часа)</li> <li>• Еквивалентни множества,кардинални броеви(1час)</li> <li>• Преброиви множества,кардинален број <math>\aleph_0</math> . Непреbroивост на множеството од реални броеви,кардинален број континум с.(2часа)</li> <li>•Повторување на материјалот (4 часа)</li> </ul> <p><b>Поими :</b>Густина на множеството,преbroивост на</p>	<p><b>Активности</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Наставникот организира повторување на својствата, операциите и релациите изучени за бројните множества.</li> <li>• Учениците запишуваат дефиниции за преброиво и густо множество, а потоа наведуваат примери на такви множества.</li> <li>• Низ групна работа се врши доказ на ирационалноста на одредени броеви на различни начини на докажување.</li> <li>• Наставникот организира работа во парови во која се исистира на разгледување теореми поврзани со кардинални броеви и преbroиви множества.</li> </ul> <p><b>Методи:</b>дискусија, дијалог, демонстрација, учење преку откривање, решавање проблеми.</p>	<p><b>Ученикот/ученичката може:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>1.1:да ги набројува бројните множества, да разликува конечно и бесконечно множество , да препознава густина и преbroивост;</li> <li>1.2:да дава примери за преbroиви множества и густi множества и да дава примери за конечни и бесконечни множества;</li> <li>1.3:да решава задачи за преbroиви множества ,густi множества,конечни, бесконечни множества;</li> <li>1.4:да докажува дека бројот <math>\sqrt{2}</math> е ирационален број и да докажува дека рационалните броеви се преbroиви , а реалните броеви дека не се преbroиви.</li> </ul>

		множество, кардинален број $\aleph_0$ , кардинален број континиум с.		
--	--	---	--	--

НИЗИ ОД РЕАЛНИ БРОЕВИ (30 часа)				
Ред. број	Резултати од учењето	Содржини и поими	Активности и методи	Стандарди за оценување
1	<p>Ученикот/ученичката ќе биде способен/на:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Да дефинира низа</li> <li>- Да испитува монотоност на низа</li> <li>- Да испитува конвергенција на низа</li> <li>- Да определува гранична вредност на низа по дефиниција</li> <li>- Да применува сендвич теорема</li> <li>- Да докажува дека гранична вредност на низата <math>a_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n</math>, е бројот е</li> <li>- Да решава сложени задачи од гранична вредност на низа.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Поим и дефиниција за низа и задавање на низите.(2часа)</li> <li>• Монотони низи,ограничени низии операции со низи (2 часа)</li> <li>• Точка на натрупување на низа и граница на низа.Теорема за единственост на граница.Конвергентни и дивергентни низи. (2 часа)</li> <li>• Граници од збир, разлика, производ, количник на две низи(1 час)</li> <li>•Ограниченост на конвергентна низа. Сендвич теорема .Секоја монотона и ограничена низа е конвергентна. Граница на</li> </ul>	<p><b>Активности:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Наставникот ги запознава учениците со низа и основни својства на низа.</li> <li>• Низ групна работа учениците прават споредба меѓу точка на натрупување и граница на низа.</li> <li>• Со помош на техниките за активна настава учениците се подготвуваат за изведување посложени математички докази кои се однесуваат на конвергентни низи и сендвич теорема.</li> </ul> <p><b>Методи:</b> дискусија, дијалог, демонстрација, учење преку</p>	<p>Ученикот/ученичката може:</p> <p>1.1:да исказува дефиниција за низа,точка на натрупување и граница на низа;</p> <p>1.2:да дава примери за монотони, ограничени низи;</p> <p>1.3:да решава задачи во врска со конвергентни низи;</p> <p>1.4:да ги докажува теоремите што се изучуваат за низите.</p>

		<p>низата <math>a_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n</math>, бројот е (3 часа)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Повторување на материјалот (3 часа)</li> </ul> <p><b>Поими:</b> Точка на натрупување на низа , граница на низа, конвергентни низи , дивергентни низи, сендвич теорема.</p>	<p>откривање, решавање проблеми.</p>	
2	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Да решава задачи од аритметичка прогресија</li> <li>- Да решава задачи од геометриска прогресија</li> <li>- Да решава задачи во кои се јавува и аритметичка и геометриска прогресија</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Поим и дефиниција за аритметичка прогресија, општ член на аритметичка прогресија(1 час)</li> <li>• Својства на аритметичка прогресија.(1 час)</li> <li>• Збир на првите <math>n</math> членови на аритметичка прогресија.(2 часа)</li> <li>• Поим и дефиниција за геометриска прогресија, општ член на геометриска прогресија(1 час)</li> <li>• Својства на геометриска прогресија.(1 час)</li> <li>• Збир на првите <math>n</math> членови на геометриска прогресија.(2 часа)</li> </ul>	<p><b>Активности</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Наставникот ги запознава учениците со аритметичка и геометриска прогресија, врската меѓу елементите и збирот на првите <math>n</math> членови на прогресијата.</li> <li>• Низ групна работа учениците решаваат посложени задачи со примена на аритметичка и геометриска прогресија.</li> </ul> <p><b>Методи:</b> дискусија, дијалог, демонстрација, учење преку откривање, решавање проблеми.</p>	<p>2.1: да искажува дефиниција за аритметичка и геометриска прогресија;</p> <p>2.2: да дава примери за својствата на аритметичка и геометриска прогресија;</p> <p>2.3: да решава задачи за аритметичка и геометриска прогресија;</p> <p>2.4: да ги докажува својствата и формулите за општ член и збирот на првите <math>n</math> членови на аритметичка и геометриска прогресија.</p>

		<p>•Задачи за аритметичка и геометриска прогресија (2 часа)</p> <p><b>Поими:</b> аритметичка прогресија, геометриска прогресија.</p>		
3	<ul style="list-style-type: none"> <li>-Да определува конвергенција на геометриски ред</li> <li>- Да пресметува бесконечни збирни во геометрија</li> <li>- Да претвара бесконечен периодичен децимален број во вид на дропка со примена на геометрички ред</li> <li>- Да пресметува бесконечни производи.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Поим за бесконечен ред и примери (2 часа)</li> <li>• Геометрички ред, збир на конвергентен геометрички ред (2 часа)</li> <li>• Примена на збирот на бесконечен геометрички ред. Пресметување на бесконечни збирни во геометријата. Пресметување на бесконечни производи.</li> <li>Претварање на бесконечен периодичен децимален број во дропка со помош на збир од бесконечен ред. (3 часа)</li> <li><b>Поими:</b> Бесконечен ред, геометрички бесконечен ред, бесконечен производ.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Низ едноставни примери учениците се запознаваат со геометрички ред и илустрираат примери на конвергентни геометрички редови.</li> <li>• Со помош на методите на активна настава учениците решаваат задачи за пресметување на бесконечни збирни и бесконечни производи.</li> </ul> <p><b>Методи:</b> дискусија, дијалог, демонстрација, учење преку откривање, решавање проблеми.</p>	<p>3.1: да препознава геометрички ред и се сеќава на формулата за збир на бескраен геометрички ред;</p> <p>3.2: да дава примери за конвергентни геометрички редови;</p> <p>3.3: да решава задачи од примена од бескраен геометрички ред;</p> <p>3.4: да ја докажува формулата за збирот и решава посложени задачи од примена.</p>

ФУНКЦИИ ОД ЕДНА РЕАЛНА ПРОМЕНЛИВА (35часа)				
Ред. број	Резултати од учењето	Содржини и поими	Активности и методи	Стандарди за оценување
1	<p><b>Ученикот/ученичката ќе биде способен/на:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Да црта график на функција со помош на графици на елементарни функции</li> <li>- Да наоѓа инверзна функција</li> <li>- Да црта график на инверзна функција</li> <li>- Да црта график на хиперболични функции.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Повторување за функција (1 час)</li> <li>• Задавање на функции, експлицитен облик, имплицитен облик и параметарски облик (1 час)</li> <li>• Цртање на графици на функции со помош на графици на елементарни функции (2 часа)</li> <li>• Инверзна функција и график на инверзна функција (инверзни на експоненцијална и тригонометриски функции) (2 часа)</li> <li>• Хиперболични функции и нивни графици (2 часа)</li> </ul> <p><b>Поими:</b> Хиперболични функции</p>	<p><b>Активности</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Наставникот со помош на динамички софтвер ги подготвува учениците за посредно скицирање на графици со помош на елементарни функции.</li> <li>• Учениците разгледуваат динамичка конструкција на инверзна функција на дадена експоненцијална и тригонометриски функции и формираат ставови поврзани со својствата на функциите.</li> <li>• Низ групна работа учениците ги разгледуваат и анализираат графиките на хиперболичните функции.</li> </ul> <p><b>Методи:</b> дискусија, дијалог, демонстрација, учење преку откривање, решавање проблеми.</p>	<p><b>Ученикот/ученичката може:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1.1 да се сеќава на поимот функција и нејзиното претставување;</li> <li>1.2: да дава примери на функции зададени во експлицитен облик, имплицитен облик и параметарски облик ;</li> <li>1.3: да црта графици на функции со помош на графици на елементарни функции;</li> <li>1.4: да црта графици на инверзни функции и да црта графици на хиперболични функции.</li> </ol>

2	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Да определува дефинициона област на функција</li> <li>- Да определува множество на вредности на функција</li> <li>- Да наоѓа нули на функција</li> <li>- Да испитува парност, периодичност, монотоност, ограниченост на функција</li> <li>- Да наоѓа екстремни вредности на функција.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Дефинициона област на функција(2часа)</li> <li>• Вредности на функции (2 часа)           <ul style="list-style-type: none"> <li>• Нули на функции(1 час)</li> <li>• Парност на функции (1 час)</li> <li>•Периодични функции (1час)</li> <li>•Монотоност, ограниченост на функции и локални екстреми (2 часа)</li> </ul> </li> <p><b>Поими:</b> Парност на функции, периодичност на функции, локални екстреми.</p> </ul>	<p><b>Активности</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Наставникот дефинира дефинициона област, нула на функција, множество вредности, парност, периодичност, интервали на монотоност и локални екстреми на дадена функција.</li> <li>• Учениците откриваат и докажуваат тврдења поврзани со основните својства на функции.</li> <li>• Низ групна работа учениците се оспособуваат за активна употреба на динамички софтвер за анализа и проверка на поставените хипотези.</li> </ul> <p><b>Методи:</b> дискусија, дијалог, демонстрација, учење преку откривање, решавање проблеми.</p>	<p>2.1: да ги набројува својствата на функции ;</p> <p>2.2: да дава примери за одредување на дефинициона област, вредност на функција, нули на функција, парност на функција и период на функција ;</p> <p>2.3: да решава задачи во врска со дефинициона област, вредност на функција, нули на функција, парност на функција и период на функција, монотоност, ограниченост и локални екстреми на функции ;</p> <p>2.4: да решава посложени задачи со својствата на функциите.</p>
3	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Да определува композиција на две функции</li> <li>- Да определува една од функциите ако се дадени другата функција и нивната композиција</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Поим за сложена функција (1 час)</li> <li>• Дефинициона област на сложена функција (2часа)</li> <li>• Одредување на една од функциите ако се зададени две функции во составот</li> </ul>	<p><b>Активности</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Наставникот дефинира сложена функција и обезбедува динамичка конструкција на графикот на сложена функција.</li> </ul>	<p>3.1: да препознава сложена функција;</p> <p>3.2: да дава примери за сложени функции;</p> <p>3.3: да одредува дефинициона област на сложени функции;</p> <p>3.4: да одредува непозната функција од составот <math>h = f \circ g</math> .</p>

		<p><math>h = f \circ g</math> (2 часа)</p> <p>Поими: Состав на функции.</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Учениците откриваат и докажуваат тврдења поврзани со сложена функција, област на дефинираност и својства.</li> <li>Низ групна работа учениците решаваат посложени задачи од сложена функција.</li> </ul> <p><b>Методи:</b> дискусија, дијалог, демонстрација, учење преку откривање, решавање проблеми.</p>	
4	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Да определува гранична вредност на функција по дефиниција</li> <li>- Да решава задачи од операции со гранични вредности на функција</li> <li>- Да определува асимптоти на функција</li> <li>- Да решава сложени задачи од гранична вредност на функција</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Поим и дефиниција на граница на функција (1 час) <ul style="list-style-type: none"> <li>Одредување на гранични вредности на функција по дефиниција (1 час)</li> <li>Операции со граници (1 час)</li> <li>Проширена дефиниција за граница на функција  <math>\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = L</math>, кога <math>x_0</math> или <math>L</math> примаат вредност <math>\infty</math> (1 час)</li> <li>Асимптоти на график на функција (1 час)</li> <li>Решавање на разни видови на задачи со гранични вредности (3 часа)</li> </ul> </li> </ul>	<p><b>Активности</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Наставникот го дефинира поимот граница на функција.</li> <li>Учениците откриваат и докажуваат тврдења поврзани со операции со гранични вредности.</li> <li>Низ групна работа учениците одредуваат асимптоти на график на дадена функција и вршат анализа и проверка со помош на динамички софтвер.</li> </ul> <p><b>Методи:</b> дискусија, дијалог, демонстрација, учење преку откривање, решавање проблеми.</p>	4.1: да ги исказува дефинициите за граница на функција; 4.2: да дава примери за гранични вредности на функции; 4.3: да решава разни видови на задачи со граници; 4.4: да решава посложени задачи со граници.

		Поими: Граница на функција, асимптота на график на функција.		
5	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Да ги докажува специјалните гранични вредности</li> <li>- Да решава задачи со примена на специјалните гранични вредности</li> <li>- Да решава задачи од непрекинатост на функција</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Специјални граници, доказ (<math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1</math>, <math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{a^x - 1}{x} = \ln a</math>) (1 час)</li> <li>• Примена на специјалните граници во задачи (2 час)</li> <li>• Непрекинатост на функции (2 часа)</li> </ul> <p>Поими: Специјални граници, непрекинатост на функции.</p>	<p><b>Активности</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Наставникот ги изведува доказите за специјалните гранични вредности.</li> <li>• Учениците одредуваат гранична вредност на функција со примена на специјалните гранични вредности.</li> <li>• Низ групна работа учениците докажуваат непрекинатост на функција во дадена точка или на дадено множество.</li> </ul> <p><b>Методи:</b> дискусија, дијалог, демонстрација, учење преку откривање, решавање проблеми.</p>	<p>5.1: да ги набројува специјалните граници;</p> <p>5.2: да дава примери за непрекинати и прекинати функции;</p> <p>5.3: да решава задачи со примена на специјалните граници;</p> <p>5.4: да докажува непрекинатост на функции.</p>

ИЗВОД НА ФУНКЦИЈА (27 часа)				
Ред. број	Резултати од учењето	Содржини и поими	Активности и методи	Стандарди за оценување
1	<p>Ученикот/ученичката ќе биде способен/на:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Да определува извод на функција по дефиниција</li> <li>- Да решава задачи од геометриско толкување на извод</li> <li>- Да решава задачи од физичко толкување на извод</li> <li>- Да определува извод од збир, разлика, производ и количник на две функции</li> <li>- Да решава сложени задачи од извод на функција.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Поим и дефиниција за извод на функција.</li> </ul> <p>Диференцијабилна функција (1 час)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Одредување на изводи на елементарни функции по дефиниција(таблични изводи) (2 часа)</li> <li>• Геометриско толкување на извод на функција (1 час)</li> <li>• Физичко толкување на извод на функција(1 час)</li> <li>• Извод од збир ,разлика, производ и количник на две функции (доказ)(1 часа)</li> <li>• Решавање задачи (2 часа)</li> </ul> <p><b>Поими:</b> Извод на функција,таблични изводи.</p>	<p><b>Активности</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Наставникот организира воведување на поимот извод на функција во дадена точка и одредување диференцијабилност на дадена функција во дадена точка по дефиниција.</li> <li>• Учениците решаваат задачи за одредување прв извод на елементарните функции по дефиниција.</li> <li>• Низ групна работа се совладуваат основните операции со извод на две функции, се докажуваат теоремите како и се прави анализа на примената на поимот геометрија и физика.</li> </ul> <p><b>Методи:</b> дискусија, дијалог, демонстрација, учење преку откривање, решавање проблеми.</p>	<p>Ученикот/ученичката може:</p> <p>1.1: да искажува дефиниција за извод и да ги запомнува табличните изводи ;</p> <p>1.2: да дава примери за изводи на елементарни функции како и примери за извод од збир ,разлика, производ и количник на две функции ;</p> <p>1.3: да решава задачи од изводи со примена на геометриско толкување и физичко толкување на извод на функција;</p> <p>1.4: да ги докажува теоремите за извод од збир ,разлика, производ и количник на две функции .</p>

2	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Да определува извод од сложена функција</li> <li>- Да определува извод од инверзна функција</li> <li>- Да определува извод од имплицитно зададена функција</li> <li>- Да определува извод од параметарска функција</li> <li>- Да решава задачи со примена на логаритамски извод</li> <li>- Да определува извод од повисок ред на дадена функција</li> <li>- Да ја применува формулата на Лајбниц во задачи</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>•Извод од сложена функција (таблични изводи) (4 часа)</li> <li>• Извод од инверзна функција (1 час)</li> <li>• Извод од имплицитно зададена функција (1 час)</li> <li>•Извод од параметарски зададена функција (1 час)</li> <li>• Логаритамски извод (1 час)</li> <li>• Изводи од повисок ред, <math>n</math>-ти извод.Формула на Лајбниц. (2 часа)</li> </ul> <p><b>Поими:</b> Извод од сложена функција, извод од инверзна функција, извод од имплицитно зададена функција, извод од параметарски зададена функција, логаритамски извод, изводи од повисок ред, <math>n</math>-ти извод,формула на Лајбниц.</p>	<p><b>Активности</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Наставникот ги докажува теоремите за извод на сложена, инверзна, имплицитно и параметарски зададена функција.</li> <li>• Учениците низ групна работа се запознаваат со логаритамски извод, изводи од повисок ред, формулата на Лајбниц.</li> </ul> <p><b>Методи:</b> дискусија, дијалог, демонстрација, учење преку откривање, решавање проблеми.</p>	<p>2.1: да го запомнува одредувањето на извод од сложена функција и извод од инверзна функција , како и изводи од повисок ред ;</p> <p>2.2: да дава примери за извод од имплицитно зададена функција , извод од параметарски зададена функција и логаритамски извод ;</p> <p>2.3: да одредува изводи од сложени функции и извод од имплицитно зададена функција ,извод од параметарски зададена функција и од логаритамски извод;</p> <p>2.4: да ја докажува формулата за извод на сложена функција како и формулата на Лајбниц и да речешава посложени задачи од <math>n</math>-ти извод.</p>
---	--	--	---	--

3	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Да определува диференцијал на функција</li> <li>- Да пресметува приближни вредности на бројни изрази со помош на диференцијал на функција</li> <li>- Да наоѓа равенка на тангента и нормала на функција во дадена точка со примена на изводи</li> <li>- Да определува должина на тангента, нормала, субтангента и субнормала на функција со примена на изводи</li> <li>- Да определува агол помеѓу две криви со помош на изводи</li> <li>- Да пресметува некои суми со помош на изводи.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Поим за диференцијал на функција (1час)</li> <li>• Приближно пресметување на бројни изрази со помош на диференцијал на функција . (2 часа)</li> <li>• Тангента , нормала , субтангента , субнормала. (1 час)</li> <li>• Равенка на тангента и нормала, должина на тангентата и нормалата. (1 час)</li> <li>• Пресметување на агол помеѓу две криви со помош на изводи. (1 час)</li> <li>• Пресметување на некои суми со помош на изводи (1 час)</li> <li>• Повторување на материјалот.(2 часа)</li> </ul> <p>Поими: Диференцијал на функција,субтангента,субнормала.</p>	<p><b>Активности</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Наставникот организира групна работа преку која учениците се запознаваат со примената на диференцијал на функција за приближни пресметувања.</li> <li>• Учениците низ групна работа запишуваат равенки на тангента и нормала, одредуваат нивни должини, одредуваат должини на субтангента и субнормала.</li> <li>• Со помош на методите на активна настава учениците решаваат посложени задачи кои се сведуваат на користење изводи и диференцијал на функција.</li> </ul> <p><b>Методи:</b> дискусија, дијалог, демонстрација, учење преку откривање, решавање проблеми.</p>	<p>3.1: да објаснува за диференцијал на функција, тангента, нормала, субтангента и субнормала ;</p> <p>3.2: да дава примери за приближно пресметување на бројни изрази, равенка на тангента и нормала ;</p> <p>3.3: да решава задачи за приближно пресметување на бројни изрази со помош на диференцијал на функција и за равенка на тангента , и нормала, должина на тангентата и нормалата и за пресметување на агол помеѓу две криви со помош на изводи;</p> <p>3.4: да решава задачи пресметување на некои суми со помош на изводи, како и задачи со докажување во врска со тангента и нормала на крива .</p>
---	---	---	---	---

Оценување на постигањата на учениците	<p>За да се оценат постигнувањата на ученикот неопходно е:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- да се согледа иницијалната состојба на ученикот (согледување на неговите претходни искуства, знаење и вештини);</li> <li>- да се разговара со ученикот за да се добијат сознанија за неговото логичко размислување, разбирањето на поими и степенот на разбирање при нивната примена, способноста за решавање задачи;</li> <li>- континуирано следење на односот на ученикот кон работата, соработка со врсниците, покажаната иницијативност, љубопитност, самостојност, точност во искажувањето и истрајност во извршувањето на обврските;</li> <li>- континуирано утврдување и проверка на стекнатите знаења, способности и вештини во модуларните единици.</li> </ul> <p>Оценувањето на постигањата на учениците ќе биде со бројна оценка (од 1 до 5). Писменото оценување ќе се врши преку изработка на четири писмени работи по две во секое полугодие.</p>
Литература	За реализација на наставната програма неопходен е учебник одобрен од министер за образование и наука, збирка задачи и други извори.
Почеток на имплементација на наставната програма	Учебна 2022/2023 година
Институција/ носител на програмата	Биро за развој на образованието (БРО)
Потпис и датум на донесување на наставната програма	<p>6р. 13-7336/9 22.6.2022 година</p> <p style="text-align: right;">МИНИСТЕР, Doc.Dr. Jeton Shaqiri</p> <hr/>
Датум на ревизија	