

Врз основа на член 55 став 1 од Законот за организација и работа на органите на државната управа („Службен весник на Република Северна Македонија“ бр. 58/00, 44/02, 82/08,167/10,51/11, 96/2019 и 110/2019) и член 22 став 1 од Законот за средно образование („Службен весник на Република Северна Македонија“ бр. 44/95, 24/96, 34/96, 35/97, 82/99, 29/02, 40/03, 42/03, 67/04, 55/05, 113/05, 35/06, 30/07, 49/07, 81/08, 92/08, 33/10, 116/10, 156/10, 18/11, 42/11, 51/11, 6/12, 100/12, 24/13, 41/14, 116/14, 135/14, 10/15, 98/15, 145/15, 30/16, 127/16, 67/17, 64/18 и 229/20) и член 3 од Законот за математичко-информатичка гимназија („Службен весник на Република Северна Македонија“ бр. 64/18) министерот за образование и наука ја донесе Наставната програма по **геометрија** за III (трета) година математичко-информатичка гимназија.

МИНИСТЕРСТВО ЗА ОБРАЗОВАНИЕ И НАУКА

БИРО ЗА РАЗВОЈ НА ОБРАЗОВАНИЕТО



Наставна програма

**ГЕОМЕТРИЈА**

за III година

**Математичко-информатичка гимназија**

Скопје, 2022 година

Назив на наставната програма	Геометрија
Тип на наставна програма	Задолжителна
Кредитна вредност на наставната програма	7 (седум) ЕЦВЕТ <sup>1</sup> кредити (5+2, 2 кредита одговараат на 50 часа активности на ученикот од кои 18 часа за домашна работа, 12 часа за подготовка за писмени работи и 20 часа за самостојно учење)
Ниво на квалификација	IV (четврто) ниво
Година на изучување	III (трета)
Број на часови неделно/годишно за реализација на наставната програма	3/108
Цели на наставната програма	<p>Ученикот/ученичката:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- да ги продлабочи знаењата по рамнинска геометрија со елементи од проективна геометрија, трансформации во однос на кружница, елементи од геометријата на комплексни броеви, и поважни геометриски неравенства во триаголник, и да ги применува во секојдневни ситуации, како и во други наставни предмети;</li> <li>- да постигне самодоверба во примената на стекнатите математички вештини за наоѓање, користење и презентирање на математички аргументи;</li> <li>- да ја цени убавината, моќта, корисноста и интернационалната димензија на геометријата и да извлекува задоволство од постигнатите резултати;</li> <li>- да развива логичко, критичко и креативно математичко мислење;</li> <li>- да биде подготвен(а) за решавање на натпреварувачки (посложени) задачи од рамнинска геометрија;</li> <li>- да биде подготвен(а) за самостојно истражување во рамките на рамнинска геометрија.</li> </ul>

<sup>1</sup>Закон за Националната рамка на квалификации.

<p>Теми/подрачја/модуларни единици на наставната програма</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• ЕЛЕМЕНТИ ОД ПРОЕКТИВНА РАМНИНСКА ГЕОМЕТРИЈА</li> <li>• РАМНИНСКИ ТРАНСФОРМАЦИИ ВО ОДНОС НА КРУЖНИЦА</li> <li>• ЕЛЕМЕНТИ ОД ГЕОМЕТРИЈА НА КОМПЛЕКСНИ БРОЕВИ</li> <li>• ГЕОМЕТРИСКИ НЕРАВЕНСТВА</li> </ul>
<p>Материјално-технички и просторни услови</p>	<p>За постигнување на целите на наставата по <i>математика</i> неопходно е стручно осмислена и планирана примена на различни наставни средства, слики и цртежи, како и помагала: компјутер со соодветни програмски пакети, интернет и ЛЦД проектор.</p>
<p>Норматив на наставен кадар</p>	<p>Наставната програма за III година може да ја реализира:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- наставник со завршени студии по математика/наставна или друга насока, VII/1 или VIA според МРК и 240 ЕКТС;</li> </ul> <p>Стручно лице кое исполнува најмалку еден од следните услови:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- да бил ментор на ученик кој бил награден на престижен меѓународен натпревар од соодветната област;</li> <li>- да е запишан на докторски студии соодветната област;</li> <li>- да има стекнато научен степен на доктор на науки на соодветната област.</li> </ul>

**ЕЛЕМЕНТИ ОД ПРОЕКТИВНА РАМНИНСКА ГЕОМЕТРИЈА (22 часа)**

Ред. број	Резултати од учењето	Содржини и поими	Активности и методи	Стандарди за оценување
1	<p>Ученикот/ученичката ќе биде способен/на:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Да решава задачи со примена на прамен прави</li> <li>- Да ги применува теоремите на Менелај и Чева</li> <li>- Да решава задачи со примена на двоен однос</li> <li>- Да ја применува теоремата на Дезарг за два триаголника</li> <li>- Да ја применува теоремата на Паскал за тетивен шестаголник</li> <li>- Да решава задачи со примена на хармониско делење</li> <li>- Да решава задачи со примена на прамен ортогонални кружници за даден пар неконцентрични кружници</li> <li>- Да ја применува теоремата за комплетен четириаголник</li> <li>- Да решава натпреварувачки задачи</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• повторување за (ориентирани) величини со знак</li> <li>- должина на ориентирана отсечка</li> <li>- големина на ориентиран агол</li> <li>- плоштина на ориентиран триаголник</li> <li>- теоремата <math>\frac{BL}{LC} = \frac{ AB \sin\angle BAL}{ AC \sin\angle LAC}</math> (1 час)</li> <li>• правен прави, теме на прамен прави, трансверзала на прамен прави</li> <li>- поими</li> <li>- основна теорема : ако <math>a, b, c, d</math> се четири прави од прамен со теме <math>V</math> и <math>A, B, C, D</math> се четири точки на <math>a, b, c, d</math>, соодветно, различни од <math>V</math>, тогаш двојниот однос <math>\frac{\sin\angle AVC}{\sin\angle CVB} ; \frac{\sin\angle AVD}{\sin\angle DVB}</math> не зависи од изборот на <math>A, B, C, D</math>. (1 час)</li> </ul>	<p><b>Активности</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Наставникот организира повторување за ориентирани величини, а учениците решаваат задачи во кои се одредува ориентиран агол, плоштина на ориентиран триаголник и разгледуваат теореме поврзани со овие поими</li> <li>• Наставникот го воведува поимот прамен прави, двоен однос, а учениците согледуваат својства на поимите</li> <li>• Низ групна работа учениците разгледуваат својства на двојниот однос, бесконечни елементи во рамнина, теоремите на Менелај и Чева и нивно проширување</li> <li>• Со помош на техниките за активна настава учениците ги применуваат теоремите на Паскал и Дезарг при решавање на посложени задачи</li> </ul>	<p>Ученикот/ученичката може:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>1.1: да ги искажува поимите наведени во содржините</li> <li>1.2: да ги објаснува и да дава примери за наведените теореми</li> <li>1.3: да решава поедноставни задачи</li> <li>1.4: да ги докажува наведените теореми и да ги употребува при решавање посложени задачи</li> </ul>

		<ul style="list-style-type: none"> <li>• бесконечни елементи во проективна рамнина</li> <li>- идеални точки (т.е., точки во бесконечност)</li> <li>- идеална права (т.е., права во бесконечност)</li> <li>- односот <math>\frac{AI}{IB}</math> за (конечни) точки <math>A, B</math> (<math>A \neq B</math>) и идеалната точка <math>I</math> на правата <math>AB</math></li> </ul> <p style="text-align: right;">(1 час)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• повторување и проширување за теоремите на Менелај и Чева</li> </ul> <p style="text-align: right;">(2 часа)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• примена на теоремите на Менелај и Чева</li> <li>- поим за кополарни и коаксијални триаголници</li> <li>- теорема на Дезарг за два триаголника</li> <li>- теорема на Паскал за тетивен шестаголник</li> </ul> <p style="text-align: right;">(2 часа)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• поим за двоен однос</li> <li>- двоен однос на четири колинеарни точки</li> <li>- оновни особини на двојниот однос при пермутирање на точките</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Низ активна настава учениците согледуваат својства на хармониското делење, комплетен четириаголник, прамен кружности и нивни својства</li> <li>• Наставникот обезбедува тимска работа при разгледување на натпреварувачки задачи</li> </ul> <p><b>Методи:</b> дискусија, дијалог, демонстрација, учење преку откривање, решавање проблеми.</p>	
--	--	--	---	--

		<ul style="list-style-type: none"> <li>- двоен однос на четири прави од прамен</li> <li>- едноставни последици на концептот двоен однос на четири прави од прамен</li> <li>- двоен однос на четири точки на кружница</li> <li>- основни тврдења (3 часа)</li> <li>• примена на двоен однос</li> <li>- теорема на Дезарг за два триаголника</li> <li>- теорема на Паскал за тетивен шестаголник (2 часа)</li> <li>• хармониско делење</li> <li>- поим за хармониско делење на отсечка <math>AB</math> со точки <math>C</math> и <math>D</math></li> <li>- хармониски конјугати во однос на <math>A, B</math></li> <li>- хармониска четворка точки на права</li> <li>- хармониска четворка прави од прамен</li> <li>- примери (1 час)</li> <li>• основни особини на комплетен четириаголник (1 час)</li> </ul>		
--	--	--	--	--

		<ul style="list-style-type: none"> <li>• поим за агол меѓу две „кружници“</li> <li>- поим за агол меѓу две кружници</li> <li>- поим за „кружница“</li> <li>- поим за агол меѓу две „кружници“</li> <li>- примери</li> </ul> <p style="text-align: right;">(1 час)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• поим за ортогонални „кружници“</li> <li>- дефиниција</li> <li>- основни особини</li> </ul> <p style="text-align: right;">(1 час)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• прамен ортогонални кружници за даден пар неконцентрични кружници</li> <li>- повторување за степен на точка во однос на кружница</li> <li>- каде лежи центарот на кружница која е ортогонална на две дадени неконцентрични кружници?</li> <li>- поим за прамен кружници</li> <li>- видови прамени (елиптичен, хиперболичен, параболичен)</li> <li>- теорема за комплетен четириаголник</li> </ul> <p style="text-align: right;">(3 часа)</p>		
--	--	--	--	--



		<ul style="list-style-type: none"><li>• натпреварувачки задачи (3 часа)</li></ul> <p><b>Поими</b> : правен прави, теме на правен прави, трансверзала на прамен прави, идеални точки, идеална права, двоен однос, хармониско делење, комплетен четириаголник, „кружница“, агол меѓу „кружници“, прамен ортогонални кружници</p>		
--	--	--	--	--

РАМНИНСКИ ТРАНСФОРМАЦИИ ВО ОДНОС НА КРУЖНИЦА (36 часа)				
Ред. број	Резултати од учењето	Содржини и поими	Активности и методи	Стандарди за оценување
1	<p>Ученикот/ученичката ќе биде способен/на:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Да ги знае и применува основните особини на инверзија</li> <li>- Да ја применува инверзијата во докажување на некои теореми</li> <li>- Да решава задачи од двоен однос на четворка кружници во рамнина</li> <li>- Да применува инверзија во конструктивни задачи</li> <li>- Да решава натпреварувачки задачи</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• основна дефиниција за инверзија (симетрија во однос на кружница)</li> <li>- конвенција за проширување на рамнината со една идеална точка</li> <li>- конструкција на слика на точка при инверзија (1 час)</li> <li>• основни особини на инверзијата (како рамнинска трансформација)</li> <li>- инволуторност</li> <li>- слика на права при инверзија</li> <li>- слика на кружница која минува низ центарот на инверзија</li> <li>- теореми за кружница (кружници) кои се ортогонални на кружницата на инверзија</li> <li>- композиција на две инверзии со ист центар е хомотетија</li> <li>- слика на кружница која не минува низ центарот на инверзија</li> </ul>	<p><b>Активности</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Наставникот ги запознава учениците со инверзија, а тие откриваат и докажуваат својства на инверзијата</li> <li>• Низ групна работа учениците разгледуваат динамички решенија на задачи кои потоа ги интерпретираат формално со помош на рамнински трансформации</li> <li>• Учениците согледуваат и докажуваат основни особини на инверзијата преку одредување на слики на геометриски фигури при инверзија</li> <li>• Наставникот преку активна настава овозможува примена на инверзијата при докажување на теореми кои потоа учениците ги користат</li> </ul>	<p>Ученикот/ученичката може:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>1.1: да ја искажува дефиницијата за инверзија и основните особини</li> <li>1.2: да дава примери за основните особини</li> <li>1.3: да конструира слики при инверзија</li> <li>1.4: да ги докажува основните особини на инверзија и да ги применува при решавање на посложени задачи</li> </ul>

		<p>- теорема за конформност (запазување на агол меѓу „кружници“): запазување на големина на аголот, и менување на ориентација (знак)</p> <p>- тангентност, односно ортогоналност, на „кружници“ се запазува при инверзија</p> <p>- менување на растојание помеѓу две точки при инверзија</p> <p>- двоен однос на четири точки на „кружница“</p> <p>- секои две непресекувачки кружници може да се пресликаат во две концентрични кружници при соодветно избрана инверзија (5 часа)</p> <p>• примена на инверзија при докажување теореми</p> <p>- прва теорема на Птоломеј за тетивен четириаголник</p> <p>- неравенство на Птоломеј за четириаголник</p> <p>- втора теорема на Птоломеј за тетивен четириаголник</p> <p>- теорема на Пап (за две концентрични полукружници и впишани кружници)</p>	<p>при решавање на натпреварувачки задачи</p> <p><b>Методи:</b> дискусија, дијалог, демонстрација, учење преку откривање, решавање проблеми.</p>	
--	--	--	--	--

		<p>- врска меѓу <math>R, r</math> и <math>d =  OI </math> во триаголник (теорема на Ојлер)</p> <p>- теорема на Фоербах</p> <p>- теорема на Бретшнајдер (за четириаголник)</p> <p style="text-align: right;">(5 часа)</p> <p>• двоен однос на четворка кружници во рамнина</p> <p>- двоен однос на четворка (конечни) точки во рамнина &amp; инваријантност при инверзија</p> <p>- уште еден доказ на теоремата на Птоломеј</p> <p>- двоен однос на четворка кружници &amp; инваријантност при инверзија</p> <p>- обопштување на првата теорема на Птоломеј (теорема на Кејси)</p> <p style="text-align: right;">(5 часа)</p> <p>• примена на инверзија при конструктивни задачи</p> <p style="text-align: right;">(3 часа)</p> <p>• натпреварувачки задачи</p> <p style="text-align: right;">(3 часа)</p> <p><b>Поими :</b> инверзија, конформност</p>		
--	--	--	--	--

2	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Да ги применува основните особини на трансформацијата пол-полара</li> <li>- Да ја применува теоремата за дијагоналните точки на комплетен четириаголник</li> <li>- Да ја применува теоремата “пеперутка”</li> <li>- Да ја применува теоремата на Брианшон за тангентен шестаголник</li> <li>- Да ја применува теоремата на Хесе за комплетен четириаголник</li> <li>- Да решава натпреварувачки задачи</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• поим за трансформацијата пол-полара (1 час)</li> <li>• основни особини на трансформацијата пол-полара (5 часа)</li> <li>• примена на трансформацијата пол-полара</li> <li>- теорема за дијагоналните точки на комплетен четириаголник</li> <li>- теорема „пеперутка“ (два докази: првиот со користење на теоријата за пол-полара, и вториот со „елементарни“ расудувања)</li> <li>- теорема на Брианшон за тангентен шестаголник</li> <li>- поим за поларни (конјугирани) триаголници во однос на кружница</li> <li>- поим за себе-поларен (себе-конјугиран) триаголник во однос на кружница</li> <li>- секои два конјугирани триаголници се кополарни</li> <li>- теорема на Хесе за комплетен четириаголник (5 часа)</li> </ul>	<p><b>Активности</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Наставникот го воведува поимот пол-полара</li> <li>• Учениците низ групна работа согледуваат својства на поимот и разгледуваат докази на теореме</li> <li>• Со помош на техниките за активна настава наставникот обезбедува динамички софтвер со кој учениците разгледуваат геометриски решенија кои потоа ги запишуваат формално</li> <li>• Наставникот обезбедува активности преку кои учениците се подготвуваат за решавање на натпреварувачки задачи</li> </ul> <p><b>Методи:</b> дискусија, дијалог, демонстрација, учење преку откривање, решавање проблеми.</p>	<p>2.1: да ја искажува дефиницијата за трансформацијата пол-полара</p> <p>2.2: да ги објаснува основните особини</p> <p>2.3: да решава поедноставни задачи во врска со трансформацијата пол-полара</p> <p>2.4: да ги докажува теоремите искажани во содржините и да решава посложени задачи со помош на особините на трансформацијата пол-полара</p>
---	--	---	--	--

		<ul style="list-style-type: none"> <li>• натпреварувачки задачи (3 часа)</li> </ul> <p>Поими : пол, полара</p>		
--	--	--	--	--

ЕЛЕМЕНТИ ОД ГЕОМЕТРИЈА НА КОМПЛЕКСНИ БРОЕВИ (35 часа)				
Ред. број	Резултати од учењето	Содржини и поими	Активности и методи	Стандарди за оценување
1	<p>Ученикот/ученичката ќе биде способен/на:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Да применува геометриска интерпретација на комплексен број</li> <li>- Да користи поларни координати во рамнина</li> <li>- Да применува геометриска интерпретација на трансформациите <math>z \mapsto \frac{1}{z}</math> и <math>z \mapsto \frac{1}{\bar{z}}</math></li> <li>- Да применува геометриска интерпретација на множеството <math>z^n</math></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• геометриска интерпретација на комплексен број</li> <li>- афикс, Гаусова рамнина</li> <li>- геометриска интерпретација на собирање/одземање на комплексни броеви</li> <li>- геометриска интерпретација на множење со реален скалар</li> <li>- геометриска интерпретација на модул на комплексен број</li> <li>- геометриска интерпретација на конјугирано-комплексни броеви</li> </ul> <p>(2 часа)</p>	<p><b>Активности</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Наставникот со помош на динамички софтвер го воведува геометриското интерпретирање на комплексниот број и операциите со комплексни броеви</li> <li>• Низ групна работа учениците согледуваат својства за операциите со комплексни броеви геометриски</li> <li>• Наставникот обезбедува геометриска интерпретација и</li> </ul>	<p>Ученикот/ученичката може:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1.1: да ги набројува начините на задавање на комплексни броеви</li> <li>1.2: да ја објаснува геометриската интерпретација на основните операции со комплексни броеви</li> <li>1.3: да решава едноставни задачи</li> <li>1.4: да решава посложени задачи</li> </ol>

		<ul style="list-style-type: none"> <li>• поларни координати во рамнина, поларен запис на комплексен број <ul style="list-style-type: none"> <li>- <math>arg z</math></li> <li>- <math>Arg z</math></li> </ul> </li> </ul> <p style="text-align: right;">(1 час)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• повторување за операции со комплексни броеви во поларен запис <ul style="list-style-type: none"> <li>- множење</li> <li>- делење</li> <li>- степенување</li> <li>- коренување</li> </ul> </li> </ul> <p style="text-align: right;">(1 час)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• геометриска интерпретација на множење на комплексни броеви</li> </ul> <p style="text-align: right;">(1 час)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• геометриска интерпретација на трансформациите <math display="block">z \mapsto \frac{1}{z} \text{ и } z \mapsto \frac{1}{\bar{z}}</math> </li> </ul> <p style="text-align: right;">(1 час)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• геометриска интерпретација на множеството <math>z^{\frac{1}{n}}</math></li> </ul> <p style="text-align: right;">(1 час)</p> <p><b>Поими :</b> афикс, Гаусова рамнина</p>	<p>на множеството <math>n</math>-ти комплексен корен на комплексен број</p> <p><b>Методи:</b> дискусија, дијалог, демонстрација, учење преку откривање, решавање проблеми.</p>	
--	--	---	--	--

2	<p>- Да решава задачи од делење на отсечка во даден однос</p> <p>- Да решава задачи со примена на мера на ориентиран агол</p> <p>- Да ја применува основната теорема за колинеарност на три точки</p> <p>- Да ја применува основната теорема за концикличност на четири точки</p> <p>- Да решава задачи од двоен однос на четири точки во проширена Гаусова рамнина</p> <p>- Да применува инверзија во однос на кружница <math>(z_1, z_2, z_3) : z \mapsto z^*</math>  <math>(z^*, z_1, z_2, z_3) = (z, z_1, z_2, z_3)</math></p> <p>- Да решава задачи со примена на теоремите за истоориентирани триаголници и спротивноориентирани триаголници</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• отсечка, полуправа и права (определни со две точки)</li> <li>- функцијата „растојание“ во Гаусова рамнина</li> <li>- основни тврдења</li> <li>- делење на отсечка во даден однос (2 часа)</li> <li>• мера на ориентиран агол</li> <li>- основна теорема</li> <li>- примери</li> <li>- ротација околу точка</li> <li>- агол меѓу две прави (2 часа)</li> <li>• услов за колинеарност на три точки</li> <li>- основна теорема</li> <li>- примери (2 часа)</li> <li>• услов за концикличност на четири точки</li> <li>- основна теорема</li> <li>- примери (2 часа)</li> <li>• двоен однос на четири точки во проширена Гаусова рамнина (1 час)</li> </ul>	<p><b>Активности</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Наставникот ја воведува функцијата „растојание“ во Гаусова рамнина</li> <li>• Со помош на техниките за активна настава учениците решаваат задачи со примена на таа функција (делење на отсечка во даден однос, агол меѓу две прави, конциклични точки, инверзија во однос на кружница, ориентиран триаголници)</li> </ul> <p><b>Методи:</b> дискусија, дијалог, демонстрација, учење преку откривање, решавање проблеми.</p>	<p>2.1: да ги искажува поимите и тврдењата набројани во содржините</p> <p>2.2: да дава примери во врска со споменатите поими и тврдења</p> <p>2.3: да решава поедноставни задачи со помош на условите за колинеарност и концикличност</p> <p>2.4: да ги докажува условите (теоремите) за колинеарност, концикличност, слични триаголници</p>
---	---	--	--	--



		<ul style="list-style-type: none"> <li>• инверзија во однос на кружница <math>(z_1, z_2, z_3) : z \mapsto z^*</math>  <math>(z^*, z_1, z_2, z_3) = (z, z_1, z_2, z_3)</math>  (3 часа)</li> <li>• слични триаголници <ul style="list-style-type: none"> <li>- основна теорема за истоориентирани триаголници</li> <li>- основна теорема за спротивноориентирани триаголници</li> <li>- примери</li> </ul> (2 часа)</li> </ul> <p><b>Поими :</b> двоен однос</p>		
3	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Да решава задачи со примена на равенка на права (во Гаусова рамнина)</li> <li>- Да пресметува плоштина на ориентиран триаголник</li> <li>- Да пресметува растојание од точка до права</li> <li>- Да решава задачи со примена на равенка на кружница (во Гаусова рамнина)</li> <li>- Да определува агол помеѓу две кружници</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• општ облик на равенка на права (во Гаусова рамнина)  (1 час)</li> <li>• заемен однос на две прави (во Гаусова рамнина)  (1 час)</li> <li>• равенка на права низ две точки  (1 час)</li> <li>• формула за плоштина на ориентиран триаголник <ul style="list-style-type: none"> <li>- основна теорема</li> <li>- примери</li> </ul> (2 часа)</li> </ul>	<p><b>Активности</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Наставникот запишува равенка на права, плоштина на триаголник, заемен однос на две прави, равенка на кружница во Гаусова рамнина</li> <li>• Низ групна работа учениците решаваат задачи поврзано со поимите, запишуваат видови равенки, одредуваат степен на точка и агол меѓу кружници</li> </ul>	<p>3.1: да ги разликува различните облици на равенка на права и кружница</p> <p>3.2: да ги претставува геометриски наведените равенки</p> <p>3.3: да решава поедноставни геометриски задачи со помош на комплексни броеви</p> <p>3.4: да ги изведува равенки искажани во содржините и да решава посложени геометриски задачи со помош на комплексни броеви</p>

		<ul style="list-style-type: none"> <li>• равенка на права определена со точка и правец (1 час)</li> <li>• ортогонална проекција на точка врз права (1 час)</li> <li>• растојание од точка до права (1 час)</li> <li>• равенка на кружница (во Гаусова рамнина) - основна теорема - примери (2 часа)</li> <li>• степен на точка во однос на кружница (во Гаусова рамнина) - основна теорема - примери (2 часа)</li> <li>• агол меѓу две кружници - основна теорема - примери (2 часа)</li> </ul> <p><b>Поими</b> : равенка на права, равенка на кружница</p> <p><b>Предлог-проект</b> : реален и комплексен производ на комплексни броеви</p>	<p><b>Методи:</b> дискусија, дијалог, демонстрација, учење преку откривање, решавање проблеми.</p>	
--	--	--	--	--

**ГЕОМЕТРИСКИ НЕРАВЕНСТВА (15 часа)**

Ред. број	Резултати од учењето	Содржини и поими	Активности и методи	Стандарди за оценување
1	<p><b>Ученикот/ученичката ќе биде способен/на:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Да го применува неравенството на триаголник во задачи</li> <li>- Да го знае потребниот и доволниот услов за постоење на триаголник со страни (со должини) <math>a, b, c</math></li> <li>- Примена на смените на Рави</li> <li>- Да ги применува неравенствата на Помпеј, Ојлер, Лајбниц и Ердош-Мордел во задачи и нивните последици</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• неравенство на триаголник</li> <li>- потребен и доволен услов за постоење на триаголник со страни (со должини) <math>a, b, c</math></li> <li>- периметрите на конвексен многуаголник содржан во внатрешноста на друг конвексен многуаголник</li> <li>- периметар на неконвексен многуаголник наспроти периметарот на неговата конвексна обвивка</li> <li>- смени на Рави (2 часа)</li> <li>• неравенство на Помпеј &amp; неколку последици (2 часа)</li> <li>• неравенство на Ојлер &amp; неколку последици (2 часа)</li> <li>• неравенство на Лајбниц &amp; неколку последици (2 часа)</li> </ul>	<p><b>Активности</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Наставникот запишува неравенства во триаголник, а учениците ги применуваат во решавање задачи</li> <li>• Низ активна настава учениците се запознаваат со смените на Рави при докажување геометриски неравенства за триаголник</li> <li>• Низ групна работа учениците работат на конкретни неравенства (неравенството на Помпеј, Ојлер, Лајбниц, Ердош-Мордел ) и нивна примена во посложени задачи</li> </ul> <p><b>Методи:</b> дискусија, дијалог, демонстрација, учење преку откривање, решавање проблеми.</p>	<p><b>Ученикот/ученичката може:</b></p> <p>1.1: да го искажува основното неравенство за страните на триаголник</p> <p>1.2: да ги набројува наведените последици од неравенството на триаголник</p> <p>1.3: да решава поедноставни задачи во врска со геометриски неравенства</p> <p>1.4: да ги докажува неравенствата искажани во содржините и да ги применува при решавање на посложени задачи со геометриски неравенства</p>

		<ul style="list-style-type: none"> <li>• неравенство на Ердош-Мордел &amp; неколку последици (2 часа)</li> </ul> <p><b>Поими :</b> неравенство на триаголник, смени на Рави</p>		
2	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Да ги знае решенијата на Торичели, Хофман-Галај и Штајнер за проблемот на Ферма-Штајнер</li> <li>- Да ги знае решенијата на Шварц и Фејер за проблемот на Фањано</li> <li>- Да решава натпреварувачки задачи</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• проблем на Ферма-Штајнер <ul style="list-style-type: none"> <li>- решение на Торичели</li> <li>- решение на Хофман-Галај</li> <li>- решение на Штајнер (3 часа)</li> </ul> </li> <li>• проблем на Фањано <ul style="list-style-type: none"> <li>- решение на Шварц</li> <li>- решение на Фејер (2 часа)</li> </ul> </li> </ul> <p><b>Поими:</b></p> <p><b>Предлог-проект:</b> Проблем на Херон (на права и на кружница)</p>	<p><b>Активности</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Наставникот ги запишува проблемите на Ферма-Штајнер и Фањано и нивните решенија</li> <li>• Учениците низ активна настава разгледуваат различни начини на докажување, користа динамички софтвер за разгледување на решенијата</li> </ul> <p><b>Методи:</b> дискусија, дијалог, демонстрација, учење преку откривање, решавање проблеми.</p>	<p>2.1: да ги искажува оптимизационите проблеми на Ферма-Штајнер и Фањано</p> <p>2.2: да ја разбира главната идеја за решавање на наведените оптимизациони проблеми</p> <p>2.3: да решава поедноставни задачи кои се сведуваат на наведените оптимизациони проблеми</p> <p>2.4: да ги анализира понудените решенија</p>

<p>Оценување на постигањата на учениците</p>	<p>За да се оценат постигнувањата на ученикот неопходно е:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- да се согледа иницијалната состојба на ученикот (согледување на неговите претходни искуства, знаење и вештини);</li> <li>- да се разговара со ученикот за да се добијат сознанија за неговото логичко размислување, разбирањето на поими и степенот на разбирање при нивната примена, оспособеноста за решавање задачи;</li> <li>- континуирано следење на односот на ученикот кон работата, соработка со врсниците, покажаната иницијативност, љубопитност, самостојност, точност во искажувањето и истрајност во извршувањето на обврските;</li> <li>- континуирано утврдување и проверка на стекнатите знаења, способности и вештини во модуларните единици.</li> </ul> <p>Оценувањето на постигањата на учениците ќе биде со бројна оценка (од 1 до 5). Писменото оценување ќе се врши преку изработка на четири писмени работи по две во секое полугодие.</p>
<p>Литература</p>	<p>За реализација на наставната програма неопходен е учебник одобрен од министер за образование и наука, збирка задачи и други извори.</p>
<p>Почеток на имплементација на наставната програма</p>	<p>Учебна 2022/2023 година</p>
<p>Институција/ носител на програмата</p>	<p>Биро за развој на образованието (БРО)</p>
<p>Потпис и датум на донесување на наставната програма</p>	<p>бр. 13-7336/15 22.6.2022 година</p> <p style="text-align: right;"><b>МИНИСТЕР, Doc.Dr. Jeton Shaqiri</b></p> <hr style="width: 20%; margin-left: auto; margin-right: 0;"/>
<p>Датум на ревизија</p>	