

Врз основа на член 55 став 1 од Законот за организација и работа на органите на државната управа („Службен весник на Република Северна Македонија“ бр. 58/00, 44/02, 82/08,167/10,51/11, 96/2019 и 110/2019) и член 22 став 1 од Законот за средно образование („Службен весник на Република Северна Македонија“ бр. 44/95, 24/96, 34/96, 35/97, 82/99, 29/02, 40/03, 42/03, 67/04, 55/05, 113/05, 35/06, 30/07, 49/07, 81/08, 92/08, 33/10, 116/10, 156/10, 18/11, 42/11, 51/11, 6/12, 100/12, 24/13, 41/14, 116/14, 135/14, 10/15, 98/15, 145/15, 30/16, 127/16, 67/17 и 64/18) и член 3 од Законот за математичко-информатичка гимназија („Службен весник на Република Северна Македонија“ бр. 64/18) министерот за образование и наука ја донесе Наставната програма по **геометрија** за II (втора) година задолжителен предмет во математичко-информатичка гимназија.

МИНИСТЕРСТВО ЗА ОБРАЗОВАНИЕ И НАУКА

БИРО ЗА РАЗВОЈ НА ОБРАЗОВАНИЕТО



Наставна програма

**ГЕОМЕТРИЈА**

за II година

**Математичко-информатичка гимназија**

Скопје, 2021 година

|  |   |
|--|---|
| Назив на наставната програма   | Геометрија  |
| Тип на наставна програма   | Задолжителна  |
| Кредитна вредност на наставната програма                             | 7 (седум) ЕЦВЕТ <sup>1</sup> кредити (5+2, 2 кредити одговараат на 50 часа активности на ученикот од кои 18 часа за домашна работа, 12 часа за подготовка за писмени работи и 20 часа за самостојно учење)  |
| Ниво на квалификација  | IV (четврто) ниво   |
| Година на изучување  | II (втора)  |
| Број на часови неделно/годишно за реализација на наставната програма | 3/108   |
| Цели на наставната програма  | Ученикот/ученичката:<br>- да ги продлабочи знаењата по Евклидска геометрија, движења и сличности, тригонометрија во триаголник, вектори и геометрија на маси, и методот на геометриски места на точки;<br>- да постигне самодоверба во примената на стекнатите математички вештини за наоѓање, користење и презентирање на математичките аргументи;<br>- да ја цени убавината, моќта, корисноста и интернационалната димензија на математиката и да извлекува задоволство од постигнатите резултати;<br>- да развива логичко, критичко и креативно математичко мислење. |
| Теми/подрачја/модуларни единици на наставната програма               | <ul style="list-style-type: none"> <li>• ДВИЖЕЊА И СЛИЧНОСТИ</li> <li>• ТРИГОНОМЕТРИЈА ВО ТРИАГОЛНИК</li> <li>• ВЕКТОРИ</li> <li>• ГЕОМЕТРИЈА НА МАСИ</li> </ul>  |

<sup>1</sup>Закон за Национална рамка на квалификации.

|   |   |
|---|---|
|   | <ul style="list-style-type: none"> <li>• ГЕОМЕТРИСКО МЕСТО НА ТОЧКИ</li> </ul>  |
| Материјално-технички и просторни услови | За постигање на целите на наставата по <i>математика</i> неопходно е стручно осмислена и планирана примена на различни наставни средства, слики и цртежи, како и помагала: компјутер со соодветни програмски пакети, интернет и ЛЦД проектор.   |
| Норматив на наставен кадар              | <p>Наставната програма за II година може да ја реализира:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- наставник со завршени студии по математика/наставна или друга насока, VII/1 или VIA според МРК и 240 ЕКТС; стручно лице кое исполнува најмалку еден од следните услови;</li> <li>- да бил ментор на ученик кој бил награден на престижен меѓународен натпревар од соодветната област;</li> <li>- да е запишан на докторски студии од соодветната област;</li> <li>- да има стекнато научен степен на доктор на науки на соодветната област.</li> </ul> |

**ДВИЖЕЊА И СЛИЧНОСТИ (35 часа)**

| Ред. број | Резултати од учењето  | Содржини и поими   | Активности и методи   | Стандарди за оценување  |
|-----------|---|--|---|---|
| 1.        | <p><b>Ученикот/ученичката ќе биде способен/на:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- да решава задачи со примена на мерење на отсечки, сомерливи и несомерливи отсечки;</li> <li>- да ја формулира, докажува и применува Талесовата теорема за пропорционални отсечки;</li> <li>- да ја формулира, докажува и применува обратната Талесова теорема;</li> <li>- да решава задачи со примена на геометриски пропорции;</li> <li>- да решава задачи со примена на својството на бисектрисата на внатрешниот или надворешниот агол во триаголник;</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Мерење на отсечки, заедничка мера (1 час)</li> <li>• Сомерливи и несомерливи отсечки (1 час)</li> <li>• Талесова теорема за пропорционални отсечки (доказ со плоштини) (1 час)</li> <li>• Обратна Талесова теорема (1 час)</li> <li>• Теорема на Менелај (вовед) (1 час)</li> <li>• Геометриски пропорции (1 час)</li> <li>• Својство на бисектриса на внатрешен (или надворешен) агол во триаголник (1 час)</li> </ul> <p><b>Поими:</b> сомерливост.</p> | <p><b>Активности</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Наставникот ги запознава учениците со сомерливи и несомерливи отсечки, теоремата на Талес за пропорционални отсечки.</li> <li>• Низ активна настава учениците ја користат теоремата на Талес, Менелај и ги применуваат својствата на бисектрисата на даден агол во триаголник.</li> <li>• Со групна работа учениците докажуваат својства и ги користат геометриските пропорции во задачи.</li> </ul> <p><b>Методи:</b> дискусија, дијалог, демонстрација, учење преку откривање, решавање проблеми.</p> | <p><b>Ученикот/ученичката може:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1.1. да ги искажува теоремата на Талес и обратната теорема на Талес;</li> <li>1.2. да ги објаснува и прикажува графички теоремата на Талес и обратната теорема на Талес;</li> <li>1.3. да решава задачи во врска со геометриски пропорции;</li> <li>1.4. да решава посложени задачи и да ги докажува споменатите теореми;</li> </ol> |
| 2.        | <ul style="list-style-type: none"> <li>- да дефинира движење;</li> </ul>  | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Повторување за движења</li> <li>- Дефиниција и основни особини</li> </ul>   | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Наставникот организира повторување за транслација,</li> </ul>  |   |

|    |  |   |  |   |
|----|--|---|--|---|
|    | <ul style="list-style-type: none"> <li>- да решава задачи со примена на транслација, централна симетрија, ротација, осна симетрија и лизгачка симетрија;</li> <li>- да решава задачи со примена на композиции од осни симетрии;</li> <li>- да врши класификација на движењата;</li> </ul>          | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Транслагација</li> <li>- Централна симетрија и ротација</li> <li>- Осна симетрија</li> <li>- Лизгачка симетрија (2 часа)</li> <li>• Групови особини на движења и некои подгрупи (2 часа)</li> <li>• Класификација на движењата</li> <li>- Детерминираност со два складни триаголници</li> <li>- Претставување како композиција од осни симетрии</li> <li>- Движења од прв и втор вид (3 часа)</li> </ul> <p><b>Поими:</b> движења од прв и втор вид.</p> | <p>централна, осна и лизгачка симетрија и ротација.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Низ групна работа учениците разгледуваат особини на движења и нивно претставување како композиција од осни симетрии.</li> <li>• Учениците вршат класификација на движењата од прв и втор вид.</li> </ul> <p><b>Методи:</b> дискусија, дијалог, демонстрација, учење преку откривање, решавање проблеми.</p> | <ul style="list-style-type: none"> <li>2.1. да ги набројува различните видови движења;</li> <li>2.2. да дава примери за движења;</li> <li>2.3. да решава задачи во врска со движења;</li> <li>2.4. да ги докажува и применува наведените теореми;</li> </ul>  |
| 3. | <ul style="list-style-type: none"> <li>- да дефинира сличност;</li> <li>- да решава задачи од сличност од прв и втор вид;</li> <li>- да ги формулира, докажува и применува теоремите за сличност;</li> <li>- да ги применува теоремите на Питагора, Штајнер, Ван-обел, Талес во задачи;</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Дефиниција на сличност и основни особини (1 час)</li> <li>• Движење наспроти сличност (1 час)</li> <li>• Сличности од прв и втор вид (1 час)</li> <li>• Слични рамнински фигури (периметар и плоштина на слични фигури) (1 час)</li> <li>• Признаци (теореми) за слични триаголници</li> </ul>   | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Наставникот ги запознава учениците со својствата на сличноста, а тие вршат споредба помеѓу движења и сличности.</li> <li>• Низ групна работа учениците изведуваат својства за периметар и плоштина на слични фигури, признаци за слични триаголници и нивна примена во задачи.</li> </ul>   | <ul style="list-style-type: none"> <li>3.1. да ја искажува дефиницијата за сличност и да ги набројува основните особини;</li> <li>3.2. да ги објаснува основните особини на сличностите;</li> <li>3.3. да решава задачи во врска периметар и плоштина на слични фигури;</li> <li>3.4. да ги докажува и применува признаците за сличност на</li> </ul> |

|    |   |  |  |  |
|----|---|--|--|--|
|    |   | <ul style="list-style-type: none"> <li>- CCC</li> <li>- CAC</li> <li>- ACA</li> <li>- CCA</li> </ul> <p style="text-align: right;">(2 часа)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Примена на сличност во задачи и теореме</li> <li>- Питагора</li> <li>- Штајнер</li> <li>- Ван-обел</li> <li>- Талес (доказ со сличност на теоремата за пропорционални отсечки)</li> </ul> <p style="text-align: right;">(4 часа)</p> <p><b>Поими:</b> сличност, сличности од прв и втор вид</p> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Со помош на техниките за активна настава учениците се запознаваат со примената на теоремите на Питагора, Штајнер, Ван-Обел и Талес.</li> <li>• Наставникот користи динамички софтвер за подетално изучување на теоремите и нивните последици.</li> </ul> <p><b>Методи:</b> дискусија, дијалог, демонстрација, учење преку откривање, решавање проблеми.</p> | <p>триаголници и да ги докажува наведените теореме;</p>  |
| 4. | <ul style="list-style-type: none"> <li>- да дефинира хомотетија;</li> <li>- да решава задачи со примена на хомотетија на две кружници;</li> <li>- да применува ротирачка хомотетија;</li> <li>- да решава задачи со примена на композиции на хомотетии;</li> <li>- да применува хомотетија во конструктивни задачи;</li> <li>- да решава натпреварувачки задачи;</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Дефиниција и основни особини на хомотетија (1 час)</li> <li>• Слики на некои геометриски фигури при хомотетија (1 час)</li> <li>• Хомотетија и две кружници (1 час)</li> <li>• Композиција на хомотетии (1 час)</li> <li>• Ротирачка хомотетија (2 часа)</li> <li>• Примена на хомотетија во конструктивни задачи (2 часа)</li> </ul>   | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Наставникот ги запознава учениците со поимот хомотетија и својства на хомотетијата.</li> <li>• Низ групна работа учениците се запознаваат со примената на хомотетијата.</li> <li>• Наставникот користи динамички софтвер за одредување композиции од хомотетии и ротирачка хомотетија.</li> </ul>   | <p>4.1. да ја искажува дефиницијата за хомотетија и да ги набројува основните особини;</p> <p>4.2. да дава примери за слики на геометриски фигури при хомотетија и да ги објаснува основните особини;</p> <p>4.3. да решава конструктивни задачи со помош на хомотетија;</p> <p>4.4. да решава посложени задачи, и да ги докажува наведените теореме со помош на хомотетија.</p> |

|  |  |  |  |
|--|--|--|--|
|  | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Примена на хомотетија во натпреварувачки задачи и теореме</li> <li>- Тежиште</li> <li>- Ојлерова права</li> </ul> <p style="text-align: right;">(3 часа)</p> <p><b>Поими:</b> хомотетија, ротирачка хомотетија.</p> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Учениците решаваат задачи со примена на хомотетија при конструктивни задачи и задачи поврзани со одредување Ојлерова права.</li> </ul> <p><b>Методи:</b> дискусија, дијалог, демонстрација, учење преку откривање, решавање проблеми.</p> |  |
|--|--|--|--|

| ТРИГОНОМЕТРИЈА ВО ТРИАГОЛНИК (16 часа) |  |   |   |  |
|--|--|---|---|--|
| Ред. број                              | Резултати од учењето   | Содржини и поими  | Активности и методи   | Стандарди за оценување   |
| 1.                                     | <p><b>Ученикот/ученичката ќе биде способен/на:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- да ја формулира, докажува и применува во задачи косинусната теорема;</li> <li>- да ја формулира, докажува и применува во задачи синусната теорема;</li> <li>- да ја применува теоремата на Херон;</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Косинусна теорема</li> <li>- Доказ</li> <li>- Примери</li> <li>- Задачи</li> </ul> <p style="text-align: right;">(3 часа)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Синусна теорема</li> <li>- Доказ</li> <li>- Примери</li> <li>- Задачи</li> </ul> <p style="text-align: right;">(3 часа)</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Теорема на Херон (1 час)</li> <li>• Тенгенсна теорема (1 час)</li> </ul> | <p><b>Активности</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Наставникот ги запознава учениците со синусната, косинусната, тангенсната теорема, формулата на Херон, теоремите на Чева и Менелај во тригонометриски облик.</li> <li>• Учениците се запознаваат со доказите на теоремите и нивната примена во задачи.</li> <li>• Наставникот користи динамички софтвер со цел</li> </ul> | <p><b>Ученикот/ученичката може:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1.1. да искажува основните тригонометриски теореме во триаголник;</li> <li>1.2. да ги објаснува теоремите на Менелај и Чева;</li> <li>1.3. да решава триаголник и да го применува решавањето во поедноставни задачи;</li> <li>1.4. да ги докажува теоремите наведени во содржините и да решава посложени задачи.</li> </ol> |



|  |   |   |  |  |
|--|---|---|--|--|
|  | <p>- да ја применува тангенсната теорема;<br/> - да ја формуира, докажува и применува теоремата на Менелај;<br/> - да ја формуира, применува и докажува теоремата на Чева;<br/> - да решава натпреварувачки задачи.</p> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Должина со знак и агол со знак<br/>(1 час)</li> <li>• Теорема: Ако <math>L \in BC</math>, тогаш<br/> <math display="block">\frac{BL}{LC} = \frac{ AB \sin\angle BAL}{ AC \sin\angle LAC}.</math></li> <li>• Теорема на Менелај<br/> - Доказ<br/> - Тригонометриски облик<br/>(1 час)</li> <li>• Теорема на Чева<br/> - Доказ<br/> - Тригонометриски облик<br/>(2 часа)</li> <li>• Натпреварувачки задачи<br/>(3 часа)</li> </ul> <p><b>Поими:</b> должина со знак и агол со знак</p> <p><b>Предлог-проект:</b><br/> Обопштување на теоремите на Менелај и Чева за многуаголник</p> | <p>полесно согледување на последиците од теоремите и својствата на разностран триаголник.</p> <p><b>Методи:</b> дискусија, дијалог, демонстрација, учење преку откривање, решавање проблеми.</p> |  |
|--|---|---|--|--|

ВЕКТОРИ (12 часа)

| Ред. број | Резултати од учењето  | Содржини и поими   | Активности и методи   | Стандарди за оценување  |
|-----------|---|--|---|---|
| 1.        | <p>Ученикот/ученичката ќе биде способен/на:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- да врши афини операции со вектори;</li> <li>- да решава задачи со примена на линеарна комбинација на вектори;</li> <li>- да решава задачи со примена на афините операции на вектори зададени со координати;</li> <li>- да врши ортогонална проекција на вектор врз вектор;</li> <li>- да дефинира скаларен производ на вектори;</li> <li>- да пресметува скаларен производ на вектори зададени со Декартови координати;</li> <li>- да ја применува формулата за ориентирана плоштина на триаголник.</li> </ul> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Повторување за вектори                             <ul style="list-style-type: none"> <li>- Слободен вектор и еднаквост на вектори</li> <li>- Афини операции со вектори</li> <li>- Колинеарни/неколинеарни вектори</li> <li>- Равенството <math>x\vec{a} + y\vec{b} = \vec{0}</math></li> <li>- Делење на колинеарни вектори</li> </ul> </li> <li style="text-align: right;">(1 час)</li> <li>• Линеарна комбинација на вектори                             <ul style="list-style-type: none"> <li>- Афини операции со координати</li> <li>- Декартови координати</li> </ul> </li> <li style="text-align: right;">(1 час)</li> <li>• Координати на вектор во рамнина                             <ul style="list-style-type: none"> <li>- Афини операции со координати</li> <li>- Декартови координати</li> </ul> </li> <li style="text-align: right;">(1 час)</li> <li>• Ортогонална проекција на вектор врз вектор (врз оска)</li> <li style="text-align: right;">(1 час)</li> <li>• Скаларен производ на вектори                             <ul style="list-style-type: none"> <li>- Дефиниција</li> <li>- Основни особини</li> </ul> </li> </ul> | <p><b>Активности</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Наставникот организира повторување на поимот вектор и неколку основни особини.</li> <li>• Низ групна работа учениците се оспособуваат за одредување колинеарност, примена на равенството <math>x\vec{a} + y\vec{b} = \vec{0}</math>, линеарна комбинација на вектори и одредување координати на вектор.</li> <li>• Со помош на техниките за активна настава учениците користат скаларен производ на вектори во докази на тврдења и теореми.</li> <li>• Наставникот користи динамички софтвер за поголема нагледност на поимите, согледување на нивната поврзаност и взаемна условеност.</li> </ul> <p><b>Методи:</b> дискусија, дијалог, демонстрација, учење преку</p> | <p>Ученикот/ученичката може:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1.1. да ја искажува дефиницијата на ортогонална проекција и скаларен производ;</li> <li>1.2. да ги објаснува основните особини;</li> <li>1.3. да решава поедноставни задачи во врска со скаларен производ;</li> <li>1.4. да ги докажува и применува основните особини на скаларен производ при решавање посложени задачи, и да ги докажува (со помош на скаларен производ) теоремите наведени во содржините.</li> </ol> |

|  |  |   |                               |  |
|--|--|---|-------------------------------|--|
|  |  | <ul style="list-style-type: none"> <li>- Услов за ортогоналност</li> <li>- Пресметување на скаларен производ при Декартови координати</li> <li>- Неколку примери:<br/>(1) секој периферен агол на дијаметар е прав<br/>(2) висините во секој триаголник се сечат во една точка<br/><br/>(3 часа)</li> <li>• (Обопштена) теорема на Лајбниц и примери (2 часа)</li> <li>• Формула за ориентирана плоштина на триаголник и примери (2 часа)</li> </ul> <p><b>Поими:</b> ортогонална проекција, скаларен производ.</p> | откривање, решавање проблеми. |  |
|--|--|---|-------------------------------|--|

| ГЕОМЕТРИЈА НА МАСИ (21 час) |  |  |  |  |
|-----------------------------|--|--|--|--|
| Ред. број                   | Резултати од учењето                     | Содржини и поими   | Активности и методи  | Стандарди за оценување   |
| 1.                          | Ученикот/ученичката ќе биде способен/на: | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Основни поими</li> <li>- Материјална точка</li> </ul> | <p><b>Активности</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Наставникот ги запознава учениците со поимите материјална точка, тежиште, а</li> </ul> | <p><b>Ученикот/ученичката може:</b></p> <p>1.1. да ги искажува основните поими и да ги илустрира со примери;</p> |

|   |  |  |  |
|---|--|--|--|
| <p>- да определува тежиште на конечен систем материјални точки;<br/> - да ја формулира, докажува и применува теоремата за групирање на материјални точки;<br/> - да определува момент на инерција;<br/> - да определува барицентрични координати во однос на триаголник;<br/> - да ја применува во задачи лемата за три точки и две значајни прави<br/> - да решава натпреварувачки задачи.</p> | <p>- Тежиште (центар на маси) на конечен систем материјални точки<br/> - Примери<br/> - Основна теорема (егзистенција и единственост на тежиште)<br/> - Хомогеност (3 часа)<br/> • Теорема за групирање на материјални точки<br/> - Формулација и доказ<br/> - Примери<br/> - Натпреварувачки задачи (3 часа)<br/> • Момент на инерција<br/> - Поим<br/> - Основна теорема со доказ<br/> - Примери<br/> - Натпреварувачки задачи (3 часа)<br/> • Барицентрични координати во однос на триаголник<br/> - Дефиниција<br/> - Хомогеност<br/> - Примери (2 часа)</p> | <p>тие низ активна настава разгледуваат примери и теореми.<br/> • Низ групна работа учениците разгледуваат теореми поврзани со центар на маси на конечен систем материјални точки.<br/> • Преку активна настава учениците се запознаваат со момент на инерција и барицентрични координати на значајни точки во триаголник.<br/> • Наставникот користи динамички софтвер за поголема нагледност при усвојување на поимите, воведување значајни прави (правата на Нагел и Ојлер), како и нивната примена во задачи.<br/> <b>Методи:</b> дискусија, дијалог, демонстрација, учење преку откривање, решавање проблеми.</p> | <p>1.2. да дава примери за тежиште на систем материјални точки и да ги објаснува теоремите наведени во содржините;<br/> 1.3. да решава задачи со помош на геометрија на маси;<br/> 1.4. да ги докажува основните теореми и да ги применува при решавање на посложени задачи.</p> |
|---|--|--|--|

|  |  |   |  |  |
|--|--|---|--|--|
|  |  | <ul style="list-style-type: none"><li>• Барицентрични координати на карактеристични точки во триаголник<ul style="list-style-type: none"><li>- Тежиште</li><li>- Центар на впишана кружница</li><li>- Ортоцентар</li><li>- Точка на Гергон</li><li>- Точка на Нагел</li><li>- Центар на опишана кружница</li></ul>(4 часа)</li><li>• Лема за три точки &amp; две значајни прави<ul style="list-style-type: none"><li>- Формулација и доказ на лемата</li><li>- Права на Нагел</li><li>- Права на Ојлер</li></ul>(3 часа)</li><li>• Натпреварувачки задачи<br/>(3 часа)</li></ul> <p><b>Поими:</b> материјална точка, центар на маси, момент на инерција, барицентрични координати.</p> <p><b>Предлог-проект:</b> Центар на маси на хомоген бесконечен систем материјални точки.</p> |  |  |
|--|--|---|--|--|

**ГЕОМЕТРИСКО МЕСТО НА ТОЧКИ (24 часа)**

| Ред. број | Резултати од учењето   | Содржини и поими  | Активности и методи   | Стандарди за оценување  |
|-----------|--|---|---|---|
| 1.        | <p><b>Ученикот/ученичката ќе биде способен/на:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- да ја формулира и применува теоремата на Карно во задачи;</li> <li>- да ги применува поимите „степен на точка“ и „радикална оска“ во задачи;</li> <li>- да ги применува теоремите на Гаус и Њутн за четириаголник во задачи;</li> <li>- да решава задачи од ГМТ од видот:</li> </ul> <p>*) при дадени точки <math>A, B</math> и <math>C, D</math>, и реален број <math>k</math>, да се определи ГМТ <math>M</math> за кои</p> $P_{\overline{\Delta AMB}} + P_{\overline{\Delta CMD}} = k$ <p>*) при дадени точки <math>A, B</math> и реален број <math>k</math>, да се определи ГМТ <math>M</math> за кои важи</p> $ AM ^2 -  BM ^2 = k$ | <ul style="list-style-type: none"> <li>• При дадени точки <math>A, B</math> и реален број <math>k</math>, ГМТ <math>M</math> за кои важи                     <math display="block"> AM ^2 -  BM ^2 = k</math>                     (1 час)</li> <li>• Теорема на Карно и примена во задачи (2 часа)</li> <li>• Степен на точка во однос на кружница (1 час)</li> <li>• Радикална оска на две неконцентрични кружници (2 часа)</li> <li>• Примена на поимите „степен на точка“ и „радикална оска“ во задачи (2 часа)</li> <li>• При дадени точки <math>A, B</math> и <math>C, D</math>, и реален број <math>k</math>, ГМТ <math>M</math> за кои                     <math display="block">P_{\overline{\Delta AMB}} + P_{\overline{\Delta CMD}} = k</math>                     (2 часа)</li> <li>• Теореме на Гаус и Њутн за четириаголник (1 час)</li> </ul> | <p><b>Активности</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Наставникот ги запознава учениците со концептот на ГМТ, а учениците одредуваат множества точки со дадени особини.</li> <li>• Низ активна настава учениците се запознаваат со поимите: степен на точка во однос на кружница, радикална оска на две неконцентрични кружници.</li> <li>• Учениците ги применуваат новите поими во задачи, а се запознаваат со теоремите на Гаус и Њутн за четириаголник и нивната примена во задачи.</li> </ul> <p><b>Методи:</b> дискусија, дијалог, демонстрација, учење преку откривање, решавање проблеми.</p> | <p><b>Ученикот/ученичката може:</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1.1. да ги искажува теоремите набројани во содржините;</li> <li>1.2. да дава примери за наведените ГМТ;</li> <li>1.3. да решава задачи со помош на наведените ГМТ;</li> <li>1.4. да ги докажува искажаните теореме и да ги употребува при решавање на посложени задачи;</li> </ol> |

|    |  |   |  |   |
|----|--|---|--|---|
|    |  | <ul style="list-style-type: none"> <li>• Примена на овие две теореми во задачи (2 часа)</li> </ul> <p><b>Поими:</b> ГМТ, степен на точка, радикална оска</p>  |  |   |
| 2. | <p>- да решава задачи од ГМТ од видот:<br/>*) при дадени точки <math>A, B</math> и реален број <math>k</math>, да се определи ГМТ <math>M</math> за кои важи <math> AM  :  BM  = k</math><br/>*) при дадени точки <math>A, B</math> и реален број <math>k</math>, да се определи ГМТ <math>M</math> за кои важи <math> AM ^2 +  BM ^2 = k</math></p> <p>- да ја применува теоремата на Ојлер за плошина на триаголник чии темиња се ортогонални проекции на дадена точка од рамнината врз страните на даден триаголник од рамнината;<br/>- да решава задачи со примена на правата на Симсон-Волис;<br/>- да решава натпреварувачки задачи.</p> | <ul style="list-style-type: none"> <li>• При дадени точки <math>A, B</math> и реален број <math>k</math>, ГМТ <math>M</math> за кои важи <math> AM ^2 +  BM ^2 = k</math> (1 час)</li> <li>• Примена на ова ГМТ во задачи (2 часа)</li> <li>• При дадени точки <math>A, B</math> и реален број, ГМТ <math>M</math> за кои важи <math> AM  :  BM  = k</math> (1 час)</li> <li>• Примена на ова ГМТ во задачи (2 часа)</li> <li>• Теорема на Ојлер за плошина на триаголник чии темиња се ортогонални проекции на дадена точка од рамнината врз страните на даден триаголник од рамнината (2 часа)</li> <li>• Примена на оваа теорема во задачи</li> <li>- Права на Симсон-Волис</li> </ul> | <p><b>Активности</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Наставникот организира активна настава преку која учениците набљудуваат различни ГМТ со помош на динамички софтвер.</li> <li>• Учениците согледуваат врски, својства и нови зависности кои потоа ги докажуваат и применуваат во задачи.</li> <li>• Низ групна работа учениците решаваат посложени задачи поврзани со последици од теоремата на Ојлер, ја конструираат правата на Симсон-Волис и согледуваат нови својства кои произлегуваат од примена на овие знаења.</li> </ul> <p><b>Методи:</b> дискусија, дијалог, демонстрација, учење преку откривање, решавање проблеми.</p> | <p>2.1. да ги искажува теоремите набројани во содржините;<br/>1.2. да ги објаснува примените на наведените ГМТ во задачи;<br/>2.3. да решава задачи со помош на наведените ГМТ;<br/>2.4. да ги докажува искажаните теореми и да ги употребува при решавање на посложени задачи.</p> |

|  |  |                              |  |  |
|--|--|------------------------------|--|--|
|  |  | (3 часа)                     |  |  |
|  |  | Поими: кружница на Аполониј. |  |  |

|                                       |   |
|---------------------------------------|---|
| Оценување на постигањата на учениците | <p>За да се оценат постигањата на ученикот неопходно е:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- да се согледа иницијалната состојба на ученикот (согледување на неговите претходни искуства, знаење и вештини);</li> <li>- да се разговара со ученикот за да се добијат сознанија за неговото логичко размислување, разбирањето на поими и степенот на разбирање при нивната примена, оспособеноста за решавање задачи;</li> <li>- континуирано следење на односот на ученикот кон работата, соработка со врсниците, покажаната иницијативност, љубопитност, самостојност, точност во искажувањето и истрајност во извршувањето на обврските;</li> <li>- континуирано утврдување и проверка на стекнатите знаења, способности и вештини во модуларните единици.</li> </ul> |
|---------------------------------------|---|



|   |  |
|---|--|
|   | Оценувањето на постигањата на учениците ќе биде со бројчана оценка (од 1 до 5). Писменото оценување ќе се врши преку изработка на четири писмени работи по две во секое полугодие. |
| Литература  | За реализација на наставната програма неопходен е учебник одобрен од министер за образование и наука, збирка задачи и други извори.  |
| Почеток на имплементација на наставната програма    | Учебна 2021/2022 година  |
| Институција/<br>носител на програмата               | Биро за развој на образованието (БРО)  |
| Потпис и датум на донесување на наставната програма | бр. _____<br>_____ година<br><br><div style="text-align: right;"><b>МИНИСТЕРКА,</b><br/><b>Мила Царовска</b></div> <hr/>   |
| Датум на ревизија                                   |  |