Оливера Трифуновска Трајче Ѓорѓијевски Аница Алексова

ПРИРАЧНИК ПО МАТЕМАТИКА

ЗА УЧЕНИЦИ ОД IV, V И VI ОДДЕЛЕНИЕ, НИВНИТЕ НАСТАВНИЦИ И РОДИТЕЛИ

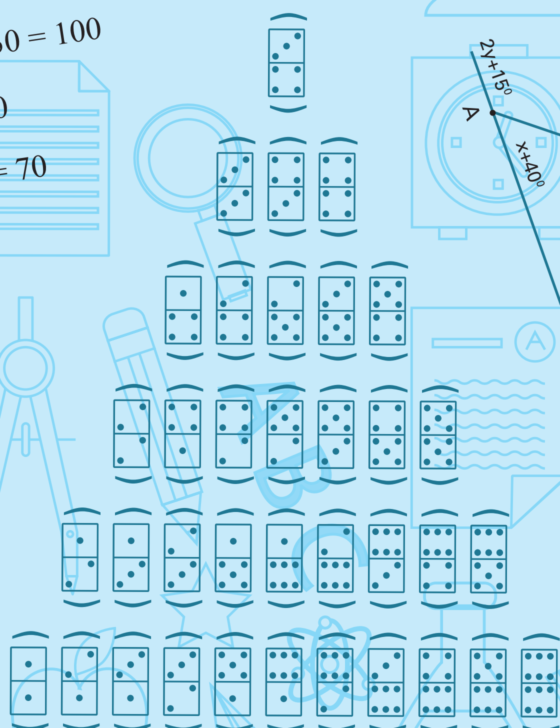
$(x - 3) \cdot 10 + 30 = 100$

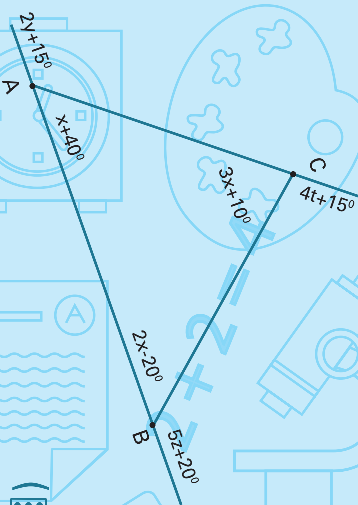
$\square + 30 = 100$

$(x - 3) \cdot 10 = 70$

$\Delta \cdot 10 = 70$

$x - 3 = 7$





$$\frac{1}{8} = 0.125 = \frac{125}{1000} = \frac{12,5}{100} = 12.5\%$$

Биро за развој на образованието

ПРИРАЧНИК

Наслов:
ПРИРАЧНИК ПО МАТЕМАТИКА ЗА УЧЕНИЦИ ОД IV, V И VI ОДДЕЛЕНИЕ,
НИВНИТЕ НАСТАВНИЦИ И РОДИТЕЛИ

Издавач:
Биро за развој на образованието

За издавачот:
м-р Весна Хорватовиќ, директор

Автори:
Оливера Трифуновска, советник во Биро за развој на образованието
Трајче Ѓорѓијевски, советник во Биро за развој на образованието
м-р Аница Алексова, раководител на проекти, Македонски центар за граѓанско образование

Рецензенти:
Љупка Андреева, одделенски наставник во ООУ „Коле Неделковски" - Скопје
м-р Сатки Исмаили, директор во ООУ „Кирил и Методиј" - Тетово

Печати:
Винсент Графика - Скопје

Тираж:
2000 примероци

CIP - Каталогизација во публикација
Национална и универзитетска библиотека «Св. Климент Охридски», Скопје

373.3:51(035)

ТРИФУНОВСКА, Оливера
Прирачник по математика за ученици од IV, V, и VI одделение, нивните наставници и родители / [Оливера Трифуновска, Трајче Ѓорѓијевски, Аница Алексова]. - Скопје : Биро за развој на образованието, 2016. - 190 стр. : илустр. ; 30 см

Библиографија: стр. 189

ISBN 978-608-206-055-2
1. Ѓорѓијевски, Трајче [автор] 2. Алексова, Аница [автор]
а) Математика - Основно образование - Прирачници
COBISS.MK-ID 101406986

Изданието е печатено со финансиска поддршка
на Канцеларијата на УНИЦЕФ, Скопје

СОДРЖИНА

ВОВЕД

Последниве години, советниците од Бирото за развој на образованието (БРО) реализираа бројни посети за поддршка во основните училишта со цел да се согледа реализацијата на Адаптираните наставни програми за математика од Меѓународниот центар за наставни програми на Кембриџ (Cambridge International Examination Centre)), како и посети поврзани со реализацијата на програмата на БРО - Математика со размислување[1].

Меѓу другото, дел од сознанијата од посетите се дека во врска со реализацијата на наставата по математика наставниците имаат потреба од:

- дополнителна подрршка и литература за специфични содржини од наставната програма;
- поврзаност на содржините од наставната програма со методички аспекти за реализација на наставата кои би обезбедиле повисоки резултати на учениците по математика - односно примена на принципи и техники за поучување,
- поврзување на Адаптираните наставни програми за математика од Меѓународниот центар за наставни програми на Кембриџ со стекнатите знаења и вештини за реализација на наставата по математика со примена на принципите и техниките од програмата Математика со размислување.

Иако, наставниците ги имаат поминато обуките за реализација на новите наставни програми како и обуката за Математика со размислување во почетните одделенија, Бирото за развој на образованието во соработка со педагошките факултети

1 Програмата Математика со размислување ја реализира Бирото за развој на образованието со финансиска поддршка од канцеларијата на УНИЦЕФ и стручна и логистичка поддршка од Македонскиот центар за граѓанско образование (МЦГО)

започна со реализација на серија кратки тематски обуки со цел да им се помогне на наставниците со специфични примери, насоки, идеи и материјали за подигање на квалитетот на поучување и учење математика.

Освен тематски обуки Бирото подготвува и дополниелни прирачни материјали за наставата по математика, за учениците, родителите и наставниците со чие користење се очекува дека учениците ќе имаат повисоки постигања по математика.

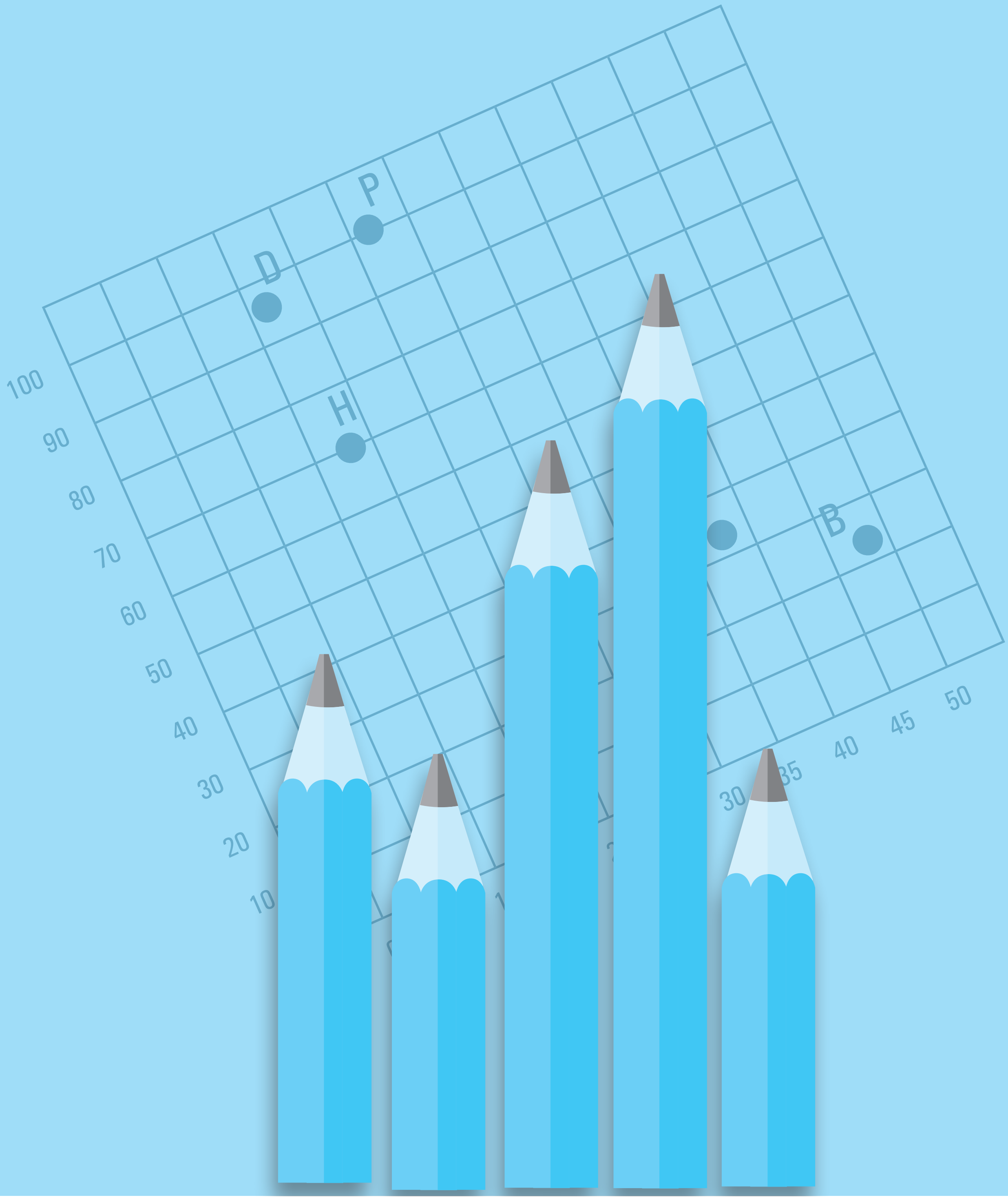
Овој прирачник е трет од серијата прирачници кој посебно е насочен кон поддршка во решавањето на текстуални и проблемски задачи во IV, V и VI одделение.

Прирачникот е составен од четири Поглавја и тоа:

- **Поглавје 1,** во кое се дадени кратки теоретски насоки за наставата заснована на конструктивистичкото сфаќање на учењето, некои практични искуства со решавањето текстуални задачи и проблеми и четири примери - задачи во кои се користат различни постапки и начини на решавање.
- **Поглавје 2,** во кое се поместени содржини кои ќе им помогнат на наставниците и учениците да ги зајакнат своите знаења за некои математички концептите што се дел од темите и содржините што се изучуваат во IV, V и VI одделение. За секоја дадена задача е понудено нејзино решавање проследено со објаснување за математичкиот поим, својство или постапка; или пак даден е математичкиот поим, својство или постапка кој е проследен со решен еден или повеќе примери задачи.
- **Поглавје 3** се состои од голем број текстуални задачи и за секоја е дадено целосно решение, односно целата постапка на решавање. Во првиот дел од ова поглавје се поместени задачи за кои се понудени повеќе начини на решавање кои се очекуваат од ученици од различни одделенија (IV, V и VI одделение). Се очекува дека учениците и наставниците, поттикнати од решавањето на задачите за кои се понудени повеќе начини на решавање, за задачите за кои е понудено само едно решавање ќе изнајдат уште неколку различни начини на кои можат да ја решат.
- Задачите во **Поглавје 4** успешно ќе може да ги реши секој ученик самостојно или со мала поддршка од наставникот доколку претходно ги решавал задачите од Поглавје 2 и од Поглавје 3. Дадени се задачи кои биле објавувани во математички списанија за ученици во основно образовани, прашања и задачи кои се користени во меѓународните мерења на постигањата на учениците во кои учествуваше и Република Македонија (Третата меѓународна студија за математика и природни науки ТИМСС), како и задачи кои на учениците и наставниците ќе им помогнат при подготовката за екстерно тестирање.

Авторите се надеваат дека овој прирачник на наставниците ќе им помогне при планирањето, подготовката и реализацијата на наставната програма; а на учениците ќе им го олесни учењето математика, ќе им помогне во постигнување на повисоки резултати при екстерното тестирање, и генерално – стекнување математички знаења и вештини потребни за нивно поуспешно понатамошно образование и живот.

ПОГЛАВЈЕ 1



1.1.

НАСТАВАТА ЗАСНОВАНА НА КОНСТРУКТИВИСТИЧКОТО СФАЌАЊЕ НА УЧЕЊЕТО И НЕЈЗИНИ КАРАКТЕРИСТИКИ

Конструктивистичкото сфаќање на учењето, што е карактеристично за Пијажеовата теорија на когнитивниот развој, бара на децата да им се овозможи да учат интерактивно, односно наставата да не биде насочена кон едноставно пренесување и усвојување на готови знаења, туку кон активно стекнување на новите знаења преку нивна реконструкција или конструкција врз основа на претходните знаења или сознајните структури (начинот на учење, стилот на мислење, расудување). Конструктивизмот ја нагласува активната улога на учениците во создавањето знаење по пат на сопствено откривање, истражување и размислување. Значи, претходните искуства му даваат на ученикот когнитивна рамка или шема врз чија основа тој ги интерпретира и ги усвојува новите информации. Во наставата заснована на конструктивистичкото сфаќање на учењето, на учениците им се помага новите знаења да ги интегрираат со она што веќе го знаат. Во поучувањето се користат техники кои ќе ги упатуваат учениците како да го преработат и да го организираат знаењето во осмислени целини за подобро да го запомнат. Тие тоа го прават слободно и во согласност со сопственото сфаќање и интерпретирање на знаењето. Учениците анализираат, синтетизираат и изведуваат заклучоци. Притоа, и погрешните одговори или заклучоци кои ги даваат учениците се исто толку интересни колку и точните, бидејќи тие овозможуваат откривање на причините кои се извор на грешките.

Наставата која поаѓа од конструктивистичкото сфаќање на учењето се заснова на автономноста на ученикот и на неговата интеракција со околината (социјална и физичка). Во таквата настава наставникот/наставничката организира и води, а тоа од него бара:

- добро да ги познава учениците, нивните предзнаења и способности;
- помалку да им ги пренесува на учениците целосно новите знаења туку да им помага тие самите да конструираат нови знаења;
- во одредени ситуации да се воздржи од свои коментари и да ги остави учениците (поединци или група) сами да дојдат до заклучок (но, има ситуации во кои тој ќе мора да им го „каже одговорот“, преку процесот на поучување[2]);
- да им овозможи на учениците подолго време за средување на прибраните податоци и истите да ги анализираат и да ги коментираат;

2 Процесот на поучување опфаќа насочено поттикнување на ученикот да стекне знаења преку сопствени искуства. На пример, за усвојување на постапка на ученикот да му бидат предложени примери за набљудување, примери за имитирање и примери за увежбување (Таксономија на Е. Сипсон).

- повремено да ги слуша учениците како разговараат за своето размислување, се договараат, на кои проблеми наидуваат, како се обидуваат да откријат нови факти и како да ги искористат и коментираат;
- да се вклучува во работата на учениците кога тие не се во можност сами да ги надминат тешкотиите.

Значи, наставниците не се во улога на „сезнаечки мудрец". Напротив, наставниците делуваат како „патокази крај патот" кои им отвораат можности на учениците да ја проверат соодветноста на нивните тековни разбирања.

Карактеристиките кои се поврзани со стекнувањето/конструирањето на знаење, а се поврзани со наставата по математика и решавањето проблеми се:

1. Интуитивното знаење е основа за нови сфаќања

Постојат многу теории кои ја нагласуваат улогата на интуитивното знаење во стекнување на нови знаења. Интуитивното знаење во наставата заснована на конструктивистичкото сфаќање на учењето се однесува на знаењето, разбирањето и сфаќањата кои ученикот ги има пред да добие формално поучување за новата содржина, техника или постапка.

Учениците конструираат нови сфаќања користејќи го она што веќе го знаат. Наставниците мора да го истакнат тоа што учениците веќе го знаат и да обезбедат средина на учење во која ќе можат да воочат дека сите ученици нештата не ги разбираат на ист начин, и да им овозможат за учениците различни искуства на различни задачи, кои им помагаат да напредуваат до различни нивоа на разбирање.

2. Воведување на поими преку реални или смислени ситуации

Воведување на поими преку реални или смислени ситуации овозможува учениците да ја применат својата интуиција, да разберат дека постојат повеќекратни, валидни стратегии за решавање проблеми и да стекнат разбирање за тоа што всушност се случува, на пример, со својствата на операциите. Реалните или смислените ситуации ѝ даваат значење на математиката и им помагаат на учениците да го визуелизираат тоа што се случува во една задача.

Ситуациите кои се дадени преку текстови го подобруваат и мотивираат учењето. Инаку, за таквите задачи има мислење дека се потешки за учениците од обичните равенки или бројните изрази. Но, текстуалните проблеми често се решливи без поставување и решавање на равенки, па користењето на текстуални задачи овозможува создавање на основа за да се гради атмосфера која е помалку застрашувачка за учениците. При формирањето на ситуациите наставникот/наставничката од учениците бара да ги анализираат врските помеѓу поимите, да предвидат што ќе се добие и сл. Наставникот/наставничката ги поттикнува и ги прифаќа самостојното размислување и иницијативноста на ученикот при користењето на реални или смислени ситуации и тоа го прави на најразлични начини. На пример, начинот на кој ги формулира ситуациите обично го определува степенот до кој учениците можат да бидат автономни и да покажуваат иницијатива, на свој начин да образложат, да докажат или да негираат некое тврдење и сл.

3. Користење на математички манипулативи, интерактивни и физички материјали за обработка на сировите податоци до нивни симболички приказ

Со користење на математички манипулативи, интерактивни и физички материјали во наставата, наставникот/наставничката на учениците им ги прикажува вистинските, реалните можности и состојби за она што се изучува (наместо да им даде готови апстрактни поими, теории, закони, дефиниции и сл.), а потоа им помага тие да креираат апстракции со кои ги поврзуваат и ги објаснуваат изложените појави. Наставникот/наставничката ги поттикнува учениците да анализираат, да синтетизираат, да проценуваат сирови изворни податоци. Учењето е резултат на истражување поврзано со вистински проблеми.

Без оглед на содржината од математиката што се изучува, визуелизацијата (дали со модели на манипулативни математички вежби или со илустрации и дијаграми) им помага на учениците подобро да го разберат концептот, одошто кога би имале само апстрактна математика за размислување. Манипулативни математички вежби можат да се користат кога иницијално се развиваат и воведуваат концептите и поимите, а се очекува дека така учениците би напредувале сѐ повеќе и повеќе кон апстрактна работа. Со ова, од една страна, се овозможува зајакнување на математичкото разбирањето на ученикот, а од друга страна, му се помага да ги поправи сопствените грешки. Исто така, користењето шеми, дијаграми, математички манипулативи може да им помогне на учениците во градењето на врски помеѓу објеките, симболите и математичките идеи што ги изразуваат.

4. Користење на различни техники/стратегии

Потребата да се поттикнуваат различни стратегии за решавање на проблеми упатува кон тоа дека не постои еден апсолутен приод при поучување, учење и користење за сите поими, концепти, содржини, вештини и процеси. Важно е учениците да ги разберат содржините од различен аспект и затоа треба да им се даде повеќе од едно претставување.

Со користење на различни постапки, наставникот/наставничката дозволува одговорите на учениците да го водат учењето и да ги менуваат содржината и стратегијата на предавање. Користењето на различни постапки, на учениците им помага да развијат вештини за комуникација.

5. Барање учениците да ги образложуваат своите математички размислувања

Во традиционалната настава во која се бираат и се поддржуваат само „точни одговори" и „добри идеи", учениците сакаат да зборуваат само кога се сигурни дека ќе дадат „точен одговор" или ќе предложат „добра идеја". На тој начин наставниците побрзо ја реализираат програмата, но учениците не развиваат нови идеи и не размислуваат покреативно. Затоа дијалогот треба да е почесто присутен, а за тоа е потребно наставникот/наставничката да им поставува на учениците комплексни прашања кои ќе ги предизвикаат да размислуваат, да се вдлабочуваат во проблеми и да формираат сопствени сфаќања за појавите и за настаните. Тоа не е можно ако им поставува прашања на кои се очекува само еден точен одговор. Добро смислените проблеми ретко се еднодимензионални, па само преку поставување на повеќе прашања за нив и со трагање на одговори по истите може да се оствари мисијата на наставата по математика. Притоа, наставникот/наставничката треба да даде извесно време пред да побара одговор.

Првите размислувања на учениците за даден проблем не се и нивните крајни или најдобри размислувања. Преку нивното дополнително образложение, учениците често повторно ги оценуваат и ги менуваат своите одговори. Тоа му/и помага на наставникот/наставничката подобро да разбере како учениците размислуваат за даден проблем. За да им се помогне на учениците да научат математика треба да се подготвени да го оправдаат своето размислување, да внимаваат на начинот на објаснување и употребата на математичките аргументи. Учениците од кои се бара да го оправдат своето размислување имаат поголем успех од учениците кои не го прават тоа. Оправдувањето, исто така, дава увид во тоа дали учениците прават соодветни поврзувања или не.

Кога на учениците им се овозможува да го образложат своето математичко размислување може да дојде до спротивставување на нивното разбирање со **она што г**о среќаваат во новата ситуација на учење. Ако она со што учениците ќе се соочат не се совпаѓа со нивното тековно разбирање, тоа може (и треба) да се промени за да се прилагоди на новото искуство. Во текот на целиот процес учениците остануваат **активни**: применуваат тековни разбирања, прибележуваат релевантни елементи кај новите искуства на учење, судат за конзистентноста на претходното сознание и за знаењето кое допрва се појавува и, врз основа на тој суд, може да дојде до прифаќање на новото искуство, т.е. до соодветен квалитет на знаењето.

6. Прифаќање и охрабрување на различни постапки, методи и техники на решавање кои ги користат учениците

Кога им се дава ист проблем, учениците користат многу различни начини за да го решат. Она што е важно е чекорите во решавањето да се соодветни и одговорот да е точен. Кога постојат неколку начини на решавање, важно е учениците да ги споредат истите. Во некои (намерно оставени отворени) ситуации можат да постојат повеќе од еден можен одговор. Во тие случаи важно е учениците да можат да ги објаснат и аргументирано да ги оправдаат своите одговори.

7. Правење баланс меѓу концептуалното и процедуралното знаење на учениците

Оваа карактеристика, заснована на конструктивистичко сфаќање на учењето, дава одговор на прашањето: Дали на часовите по математика да се работат процедури/постапки или концепти/поими? На учениците им се важни и концептите и процедурите/постапките, бидејќи едното го поддржува другото, а и двете се користат за решавање на проблеми. Секое за себе е премногу ограничено и затоа на учениците им се потребни и концептуалното и процедуралното знаење. Наставникот/наставничката треба да испита како учениците ги разбираат концептите пред да го сподели со нив сопственото разбирање на тие концепти и ја каже процедурата. Но, ако наставникот/наставничката ги изложува новите идеи и содржини пред учениците во целост и не им дава можност тие да развијат сопствени идеи и гледања за новите поими, тогаш тој избрал традиционален пристап за обработка. Во тој случај е елиминирано преиспитување на учениците околу сопствените разбирања за концептите. Повеќето ученици престануваат да размислуваат за својот концепт штом ќе го слушнат точниот одговор или штом ја слушнат процедурата од наставникот/наставничката.

Учениците обично учат процедури преку имитирање и вежбање наместо со разбирање и тешко е да се вратат назад и да се обидат да ја разберат процедурата откако ја примениле неколку пати. На пример, ученикот кај операциите може да ги спроведе потребните постапки без да има чувство за вредностите и броевите или може да ја знае постапката за одредување нула на функција, но не знае што значи нула на функција.

8. Континуирано проценување и бележење на постигнувањата на учениците

Поттикнувањето на учениците за да зборуваат за стратегијата што ја избрале за решавање или да дадат свои коментари во врска со своите математички размислувања и размислувањата на соучениците му/и помага на наставникот/наставничката да согледа што разбираат, а што не разбираат неговите/нејзините учениците. Исто така, се обрнува внимание на тоа како учениците ја оправдуваат и како резонираат за својата работа. Од сознанијата што ќе ги добие, наставникот/наставничката може да ги избере следните чекори и да ги прилагоди на учениците.

Приодот во предавањето математика, кој е применлив на сите нивоа и со секој учебник е искажан преку следните десет (10) принципи/препораки за наставниците, кои се произлезени од обуките во програмата Математика со размислување во почетните одделенија.

1	НАДГРАДУВАЈТЕ ГО ИНТУИТИВНОТО ЗНАЕЊЕ
2	СОЗДАВАЈТЕ РАЗБИРАЊЕ ЗА БРОЕВИТЕ ПРЕКУ БРОЕЊЕ, ПРОЦЕНУВАЊЕ, ПРЕСМЕТУВАЊЕ НАПАМЕТ И УПОТРЕБА НА РЕПЕРИ
3	ЗАСНОВАЈТЕ ГО ВАШЕТО ПОУЧУВАЊЕ НА РЕШАВАЊЕ НА ПРОБЛЕМСКИ ТЕКСТУАЛНИ ЗАДАЧИ И СИТУАЦИИ
4	КОРИСТЕТЕ МАНИПУЛАТИВНИ СРЕДСТВА И ДРУГИ ВИДОВИ НА ПРЕТСТАВУВАЊЕ НА ПРОБЛЕМСКИ СИТУАЦИИ ПОТОА ПОВРЗЕТЕ ГО КОНКРЕТНОТО СО СИМБОЛИЧКОТО ПРЕТСТАВУВАЊЕ
5	БАРАЈТЕ ОД УЧЕНИЦИТЕ ДА ГО ОБЈАСНАТ И ДА ГО ОПРАВДААТ СВОЕТО МАТЕМАТИЧКО РАЗМИСЛУВАЊЕ
6	ПРИФАЌАЈТЕ И ПОТТИКНУВАЈТЕ РАЗЛИЧНИ НАЧИНИ НА РЕШАВАЊЕ КОИ ВОДАТ ДО ТОЧНИ РЕШЕНИЈА
7	БАЛАНСИРАЈТЕ ГО КОНЦЕПТУАЛНОТО И ПРОЦЕДУРАЛНО УЧЕЊЕ
8	КОРИСТЕТЕ РАЗНОВИДНИ ФОРМИ И ТЕХНИКИ ЗА ПОУЧУВАЊЕ
9	КОРИСТЕТЕ ГО ФОРМАТИВНОТО ОЦЕНУВАЊЕ КАКО ВОДИЧ ПРИ ПОУЧУВАЊЕТО
10	ПРИСПОСОБУВАЈТЕ ГО ДАДЕНИОТ ФОНД НА ЧАСОВИ ЗА ТЕМИТЕ И СОДРЖИНИТЕ

1.2.

ИСКУСТВА СО РЕШАВАЊЕ ПРОБЛЕМИ - НАОЃАЊЕ НА СМИСЛА ВО МАТЕМАТИКАТА[3]

Искуства со решавање проблеми - наоѓање на смисла во математиката има за цел да се подобри способноста на учениците точно да решаваат различни видови проблеми и при тоа учениците:

- да ја развијат способноста да избираат и да применуваат различни стратегии за решавање на проблеми;
- да го продлабочат разбирањето на клучните математички концепти/поими;
- да ја развијат способноста да селектираат и да користат разни методи за процена;
- да ја развијат способноста да ги избираат правилните операции, постапки и да запишуваат и да решаваат соодветни бројни изрази;
- да развијат позитивни ставови за решавањето проблеми и да бидат истрајни при решавањето;
- да ја подобрат способноста да известуваат за нивното решавање на проблемите и начините на наоѓање на решенија.

Видови проблеми

Во Искуства со решавање проблеми се вклучени пет вида проблеми:

- со примена на стратегии/постапки,
- со процена,
- со алгебарско расудување,
- со повеќе чекори,
- концептуални проблеми.

Проблемите најчесто се претставени во реален контекст, така што учениците учат да ја применуваат математиката во реални и конкретни ситуации кои се слични на оние што се среќаваат на оценувањата по математика на интернационално и на државно ниво.

3 Делови од ова поглавје, со дозвола на авторите, се преземени и се прилагодени од прирачникот за наставници по математика во одделенска настава: Randall I. Charles, Frank K. Lester, Diana V. Lambdin: *Problem Solving Experiences, Making sense of mathematics*, Dale Seymour Publication, Pearson Learning Group. Авторите нивниот материјал го подготвија и го користеа како дел од посебна програма со цел подобрување на способностите на учениците за решавање проблеми.

Стратегиите при решавањето кои најчесто се користат во првите два циклуса во основното образование се: користење објекти (манипулативни средства), цртање, барање модел, правење табела, пробување проверка враќање назад, правење организирана листа, користење готов графикон, правење графикон, логичко размислување, запишување равенка, работење од крајот на задачата, поедноставување на проблемот и слично.

Проблеми со примена на стратегии

Овие проблеми бараат креативно размислување и за нивно решавање се потребни неколку мисловни процеси. За да може да решат некоја задача со примена на стратегии, учениците не може едноставно само да собираат, да одземаат, да множат или да делат. Наместо тоа тие треба да идентификуваат и да користат една или повеќе стратегии. Најчесто, возраста на учениците и нивните претходни знаења влијаат на тоа кога и како ќе може да се примени некоја од различните стратегии.

Поголемиот дел од овие проблеми треба да вклучуваат упатства за тоа како да се примени некоја стратегија. Се препорачува, наставниците на почетокот да ги даваат овие упатства и да ги дискутираат упатствата со учениците. Учениците треба да го запишат целосниот одговор на задачата и треба да се поттикнат да даваат објаснувања за своите решенија на најразлични начини, на пример, преку пишување, изготвување цртежи, графикони, табели итн. Проблемите со поголема тежина можат да им се зададат на учениците кои се готови предвреме или на кои им е потребен дополнителен предизвик.

Проблеми со процена

Во овие проблеми потребна е одредена математичка операција за да се дојде до одговорот, но во дадената ситуација се бара само процена, а не точен одговор. Методите за процена кои се изучуваат се: заокружување, користење на компатибилни броеви, групирање и проценување.

За поголемиот дел од овие проблеми, исто така, се потребни упатства. Најдобро е да се започне со дискусија со сите ученици за она што е дадено, а потоа учениците можат да работат самостојно или во групи на решавање на задачата.

Проблеми со алгебарско расудување

Кај овие проблеми визуелно се претставени неколку вида алгебарско расудување. Од учениците се бара да ги користат своите математички вештини на нови и различни начини, со што се подготвуваат за подлабоко изучување на алгебрата. Вештините за алгебарско расудување кои се одразени во овие проблеми бараат поширока примена на законитости, толкување на графикони, толкување на равенки, решавање на равенки со една променлива, решавање на равенки со повеќе од едно решение и користење на повеќе од една равенка – системи равенки.

Се препорачува наставниците да ги разгледаат овие проблеми заедно со учениците пред тие да започнат да работат. Потоа учениците можат да работат самостојно или во мали групи на решавање на задачата.

Проблеми кои се решаваат со повеќе чекори

Во овие проблеми од учениците се бара да анализираат одредена ситуација и да ја/ги изберат операцијата/операциите кои се потребни за да се реши истата. Честопати од учениците се бара да дојдат до равенката или до равенките кои се потребни за да се реши задачата. При поучувањето на учениците за решавање на вакви проблеми, треба да се нагласи идентификувањето и одговарањето на таканаречените *„скриени прашања".* Тежината при избирањето на потребните операции кај проблемите со повеќе чекори за секоја задача е различна, бидејќи многу од проблемите можат да се решат на различни начини или со користење на различни низи од чекори.

Во овие проблеми, при поучувањето, се даваат упатства кои имаат за цел да ги насочуваат учениците низ одговарањето на потпрашањата *„скриени прашања"* во задачата. Првично, скриените прашања се идентификувани, а од учениците се бара да ги запишат своите одговори. Подоцна учениците се поттикнуваат самите да ги откријат и да ги запишуваат скриените прашања, а потоа да ги одговорат. Учениците треба да прикажат како ја решавале задачата и да го запишат секој одговор со целосен израз.

Концептуални проблеми

Овие проблеми имаат за цел да го продлабочат разбирањето на ученикот за клучните концепти/поими од наставната програма по математика. Во нив се бара од учениците да го употребат знаењето за некој концепт/поим кој тие претходно го учеле и да го продлабочат своето размислување за него. Некои концептуални проблеми, исто така, нудат и вежбање на стратегиите бидејќи во нив може да се јави потреба да се примени една или повеќе стратегии за да се дојде до решение.

Учениците можат да работат самостојно или во групи на решавањето на овие проблеми. Тие треба да ја објаснат или да ја прикажат својата работа и да го запишат секој свој одговор со целосен израз.

Важна напомена

Еден од предизвиците на кои наидуваат наставниците кои поучуваат решавање на проблеми е тоа што различните ученици честопати различно размислуваат за можните начини за решавање на една иста задача. Треба да се одбегнува учениците да се присилуваат да размислуваат или да решаваат одреден проблем на само еден начин. Наставниците треба да им покажат на учениците дека го вреднуваат нивното мислење преку дискутирање и ги вреднуваат сите идеи за решавање кои се логични и се математички точни.

Поучување за решавање проблеми

Поучувањето за решавање проблеми бара умешна координација на многу фактори, а клучни елементи за решавање проблеми се:

- воспоставување клима на часот преку која се нуди поддршка на учениците, и
- соодветно групирање на учениците.

Воспоставување клима на часот преку која се нуди поддршка на учениците

Во првите два месеца од учебната година, најважната цел во однос на решавањето проблеми треба да биде да се воспостави позитивна клима на часот (зборот проблем кај учениците треба да асоцира на интересна и предизвикувачка активност наместо страв). После овој временски период, фокусот може да се стави на развивањето на ученичките способности за решавање проблеми.

Предлози за наставниците за воспоставување на позитивна клима на час:

Пристапете кон решавањето проблеми со ентузијазам.	Прифатете ги необичните одговори.
Внесете лична нишка во проблемите онаму каде што тоа е возможно (на пр., користете ги во нив имињата на учениците).	Пофалете ги точните одговори, но нагласете ја важноста на мислењето/расудувањето.
Оддадете признание и дајте поттик за волјата и истрајноста на учениците.	Нагласете ја упорноста, а не брзината.
Наградете ги оние ученици кои преземаат ризици. Поттикнете ги учениците да ги следат своите инстинкти.	Поттикнете го нивното расудување преку поставување на прашања од типот: Зошто? и Од каде знаеш?

Соодветно групирање на учениците

Се препорачува учениците да работат самостојно на решавањето на проблемите со процена. Овие проблеми се релативно лесни и можат побрзо да се решат доколку учениците работат сами. Работата во мали групи (парови или групи од повеќе ученици) се препорачува за сите други видови проблеми. Со оглед на тоа што другите видови проблеми се најчесто потешки, работата во мали групи помага да им се олесни притисокот на учениците кои се помалку сигурни. Уште повеќе, работата во мали групи честопати резултира со подобрување во постапките на ефективното решавање проблеми, како што се образложување и вреднување на идеи. Исто така, наставниците сметаат дека следењето и оценувањето на решавањето проблеми кај учениците им е полесно доколку тие работат во мали групи.

Можни правила за учениците за работа во мали групи:

1. Побарајте помош од наставникот/наставничката само доколку сите во групата го споделуваат истото прашање.
2. Секој треба да учествува во решавањето на задачата и да се согласи со добиениот одговор.
3. Не разговарајте со другите групи.
4. Слушајте ги другите.
5. Критикувајте ги идеите, а не луѓето.
6. Покажете внимание кон другите. Помогнете му секому кој ќе го побара тоа од вас.

Задоволување на индивидуалните потреби на учениците

Излегувањето во пресрет на индивидуалните потребите на учениците на часот е уште еден многу важен аспект од ефективното поучување за решавањето проблеми. Кога станува збор за ученици со напредно знаење по математика, ученици кои не следат настава на мајчин јазик, ученици со потешкотии во учењето или ученици со посебни потреби, наставата може наменски да се приспособи за овие целни групи преку користење на долунаведените идеи.

Приспособување на наставата

За учениците кои имаат потешкотии во учењето, разгледајте ги следниве стратегии:

- Задавајте им помалку проблеми и дајте им повеќе време да ги решат.
- Полека и јасно читајте ги проблемите на глас. Пред да почнат да работат на задачата, разгледајте ги потешките зборови кои се среќаваат во неа, посебно ако станува збор за математички термини. Барајте од учениците да ги парафразираат проблемите со нивни сопствени зборови.
- Онаму каде што тоа е можно, извлечете го од учениците нивното претходно знаење преку потсетување на сличните проблеми кои ги имаат решено.
- Разложете ги проблемите на помали делови. Дајте им упатства кои во поголема мера ќе ги насочат. Дозволете им на учениците да работат во засебен и тивок работен простор.
- Изгответе огласни табли кои ќе ви помагаат при наставата. На пример, изложете план за решавање на некоја задача.

За учениците кои се подготвени за решавање на проблеми со поголема тежина, разгледајте ги следните стратегии:

- Побарајте од учениците да запишат свои сопствени проблеми кои ќе им ги дадат на другите ученици да ги решат.
- Задајте потешки проблеми, дополнителни проблеми, доколку учениците ги поседуваат способностите кои се предуслов за нивното решавање.

Поттикнување на мислењето/расудувањето кај учениците

Со цел да им помогнете на учениците да го објаснат своето мислење/расудување, обидете се да ги спроведете следните идеи:

- По поставеното прашање, оставете им доволно време на учениците да дадат одговор.
- Демонстрирајте им на учениците како да го образложат своето расудување. Дајте им сугестии како оние содржани во следната табела.

Сугестии за учениците за образложување на расудувањето:

1. Користи ги зборовите од задачата во твојот одговор и точно користи ги математичките термини.
2. Користи го твојот учебник по математика или речник на математички термини за да ги провериш термините за кои не си сигурен/сигурна.
3. Опиши ги чекорите низ кои помина за да ја решиш задачата.
4. Своето размислување /расудување изрази го низ цртежи.
5. Прашај се: Дали мојот одговор е краток, но целосен?.

Користење на математички помагала

Визуелни наставни помагала. Визуелните наставни помагала се потребни за да се решат само мал број проблеми, но, веројатно, многу ученици би имале полза од нивното користење кога за тоа ќе имаат потреба, посебно во пониските одделенија.

Дигитрони. За ниту еден од проблемите не е потребен дигитрон. Сепак, се препорачува да се дозволи користење дигитрон за проблемите за кои се потребни посложени пресметувања. Дигитронот може да им овозможи на оние ученици на кои потешко им оди пресметувањето да учествуваат во решавањето проблеми.

Оценување на учениците

Оценувањето на учениците не треба да се ограничи само на проверување на точноста на решените проблеми. Наместо ова, треба да се обидете да оцените многу од целите кои се однесуваат на самиот процес и ставовите на учениците. Оценувањето на успешноста при решавањето проблеми, самиот процес на решавање и ставовите на учениците почнува со набљудувањето и слушањето на учениците.

Со оглед на тоа што успешноста при решавањето проблеми се зголемува во текот на релативно подолг временски период, не е неопходно да се оценува успешноста на секој ученик при решавањето на секоја задача. Наместо тоа, доволно е учениците да се оценуваат периодично. Во текот на одреден временски период (веројатно низ целата учебна година) може да се добие соодветна слика за способностите на ученикот и постигнатиот напредок.

Постојат два вида податоци кои се добиваат преку оценувањето, а кои можат да ви бидат од корист:

1. податоци добиени преку користење на листа за оценување и анализа на писмени задачи на учениците во врска со решавањето проблеми, и
2. податоци од набљудување на она што учениците го работат.

Подолу се наведени помошни материјали/инструменти за прибирање податоци и оценување.

1. Листа за оценување која дава предлог бодовен систем за оценување на писмени задачи. Таа може да се користи онака како што е дадена или може да се приспособи во листа за оценување на конкретни проблеми.
2. Листа за проверка за примена на стратегии која дава важни одредници за учениците кои учат како да применуваат стратегии. Можете да ја користите за проверка и за да оцените како учениците применуваат одредена стратегија откако тие ја работеле стратегијата најмалку двапати.
3. Листа за проверка при набљудување на ученици кои решаваат проблеми која може да се користи при оценување на општите аспекти на решавањето проблеми од страна на ученикот. Овде можете да ја искористите листата за проверка за примена на стратегии за да ја модифицирате. Листата за проверка при набљудување на ученици кои решаваат проблеми има за цел да се осврнете на способностите на учениците за примена на одредени стратегии.
4. Кратки тестови со различни проблеми можат да се искористат за оценување на јаките и слабите страни на учениците за решавање проблеми.

Пример:

Листа за оценување за прикажано целосно решавање на задачата (Холистичка листа)

4 бода

Она што ученикот го сработил ги има следните карактеристики:

- ученикот направил напор да примени соодветна стратегија за да дојде до решението, грешката која ја направил не одразува погрешно разбирање на задачата или недоволно знаење за тоа како да се примени стратегијата, туку станува збор за грешка во препишувањето или пресметувањето;
- ученикот избрал и применил соодветни стратегии и дал точен одговор во однос на податоците дадени во задачата.

3 бода

Она што ученикот го сработил ги има следните карактеристики:

- ученикот применил стратегија којашто можела да го доведе до точното решение, но погрешно разбрал еден дел од задачата или не зел предвид некој услов даден во истата;
- ученикот применил соодветна стратегија за доаѓање до решението, но:
- а. од непозната причина неточно ја решил задачата,
- б. точно го решил нумеричкиот дел од одговорот, но не го означил или погрешно го означил, или
- в. не дал одговор;
- ученикот го дал точниот одговор и очигледно избрал соодветни стратегии за решавање на задачата, но не е сосема јасно како тој ги применил тие стратегии.

2 бода

Она што ученикот го сработил ги има следните карактеристики:

- ученикот користел несоодветна стратегија и добил погрешен одговор, но покажал извесно разбирање на она што се бара во задачата;
- ученикот применил соодветна стратегија за решавање на задачата, но:
- а. не ја применил стратегијата докрај за да дојде до решение на задачата (на пр., ученикот ги поминал првите два чекора од повеќето чекори потребни да се поминат за решавањето на некоја задача),
- б. неправилно ја применил стратегијата, што резултирало со немање одговор или со неточен одговор;
- ученикот успешно постигнал некоја потесна цел, но не можел да постигне повеќе од тоа;

- ученикот дал точен одговор, но:

  а. не е разбирливо прикажано како дошол до него,

  б. не прикажал како дошол до него.

1 бод

Она што ученикот го сработил ги има следните карактеристики:

- ученикот почнал да ја решава задачата – стигнал подалеку од едноставното препишување на она што е во неа дадено – при што одразува одредено разбирање на задачата, но приодот кој го одбрал нема да доведе до точно решение;
- ученикот почнал со несоодветна стратегија и не ја применил истата, а нема докази кои би сугерирале дека тој/таа потоа одбрал/одбрала друга стратегија;
- ученикот очигледно се обидел да постигне одредена потесна цел, но не успеал во тоа.
- 0 бодови

Она што ученикот го сработил ги има следните карактеристики:

- ученикот предал празен лист;
- ученикот едноставно го препишал она што е дадено во задачата, но или не ги искористил овие елементи или ги искористил на начин кој, се чини, го одразува неговото неразбирање на задачата;
- ученикот дал неточен одговор и не прикажал ништо друго што сработил.

Пример:

Листа за проверка за примена на стратегии

Ученик ______________________________

Сликовито ја претставува задачата/ користи објекти	Да/Не	Логично размислува/резонира	Да/Не
Користи соодветни објекти за да ги прикаже дадените информации		Изготвува средство, на пример, табела за организирање на информациите	
Сликовито ја претставува задачата		Точно ги користи сите информации кои се дадени во задачата	
Го наоѓа решението во она што го сработил		Преку размислување доаѓа до точниот одговор	
Прави цртежи	Да/Не	Пишува броен израз/пишува равенка	Да/Не
Користи слики/цртежи соодветно		Ја покажува/идентификува главната идеја во задачата	
Прави едноставен цртеж за да прикаже дадена информација		Точно ја идентификува операцијата која се однесува на главната идеја	
Го користи цртежот за да ја реши задачата		Избира симбол кој ќе ја претставува променливата	
Бара законитост/шема, повторување	Да/Не	Го запишува и го решава бројниот израз	
Ја опишува законитоста во рамките на задачата		Работи од крајот кон почетокот	Да/Не
Ја применува законитоста во поширок контекст		На почетокот идентификува што е непознато	
Ја користи законитоста за да дојде до точното решение		Изготвува цртеж за да ја прикаже секоја промена, почнувајќи од почетокот	
Прави табела	Да/Не	Работи од крајот кон почетокот, користејќи го спротивното од секоја промена	
Прави или пополнува табела на точен начин		Ја поедноставува задачата	Да/Не
Ја согледува законитоста во табелата и истата ја применува во поширок контекст		Ја разложува задачата или ја поедноставува	
Ја користи табелата да дојде до точното решение		Ја/ги решава поедноставената/ поедноставените задача/задачи	
Прави обиди, проверува и поправа	Да/Не	Го користи решението на поедноставената/ поедноставените задача/задачи за да ја реши првичната задача	
Прави разумен прв обид		Забелешки	
Го проверува секој свој обид, користејќи ги информациите дадени во задачата			

Го користи претходниот обид за да ги подобри своите наредни обиди			
Прави организиран список	Да/Не		
Точно ги определува точките што треба да ги содржи тој список			
Ги подредува точките на логичен начин			
Обезбедува дека сите можни точки се набројани и дека не постојат точки кои се двапати набројани			
Користи/изготвува графикон	Да/Не		
Доколку самиот ученик го изготвува графиконот, тој/таа тоа го прави точно и го означува точно			
Ги внесува точно податоците			
Го користи графиконот за да дојде до точното решение			

Пример:

Листа за проверка при набљудување на ученици кои решаваат проблеми (скала)

Ученик ______________________________ **Датум** ________

1. Ученикот избира соодветни стратегии за да дојде до решението.

   ☐ Често ☐ Понекогаш ☐ Никогаш

2. Ученикот точно ги применува стратегиите кои водат до решението.

   ☐ Често ☐ Понекогаш ☐ Никогаш

3. Ученикот кога ќе „заглави“ при решавањето се обидува да примени друга стратегија за да дојде до решението.

   ☐ Често ☐ Понекогаш ☐ Никогаш

4. Ученикот кон проблемите приоѓа на систематски начин (го појаснува прашањето, ги идентификува потребните податоци, избира и применува стратегија за решавање на задачата, си го проверува решението до кое дошол).

   ☐ Често ☐ Понекогаш ☐ Никогаш

5. Ученикот покажува волја да се обиде да решава проблеми.

   ☐ Често ☐ Понекогаш ☐ Никогаш

6. Ученикот покажува самодоверба.

   ☐ Често ☐ Понекогаш ☐ Никогаш

Начини на кои наставниците можат да ги користат текстуалните задачи

Иако текстуалните задачи можат да се користат во наставата на најразлични начини, најефективно е кога се решаваат во континуитет и кога наставникот/наставничката игра активна улога во фацилитирањето на мислењето кај учениците и на нивните напори за решавање на проблеми.

Проблем на денот

Преку овој приод може да се постигне најголемо подобрување во решавањето проблеми и текстуални задачи. Секој час по математика започнува со по една задача. Откако ќе ја постави, наставникот/наставничката се движи низ училницата, ги набљудува учениците, ги слуша нивните коментари и им помага само доколку е тоа потребно. Наставникот/наставничката секогаш треба да го дискутира со учениците она што тие го сработиле.

Проблем на неделата

Наставникот/наставничката задава проблем со повеќе чекори, со алгебарско расудување, концептуален проблем или проблем со примена на стратегии. Тој тоа го прави во понеделник и им дава на учениците рок до петок да го решат. Учениците се поттикнуваат да работат заедно и, доколку имаат потреба, да му/и поставуваат прашања на наставникот/наставничката. Во петок тие го дискутираат решението.

Домашна работа

Наставникот/наставничката задава проблем за домашна работа неколку дена во неделата. Следниот ден откако ќе ја зададе домашната, наставникот/наставничката го дискутира решението со учениците. Кај овој приод, од суштинско значење е да има континуитет во текот на годината.

Подготовка за тестирање

Повеќето тестирања, вклучувајќи ги и екстерните, содржат различни видови проблеми и во нив се бараат одговори во три различни формати – краток одговор или слободен одговор, повеќечлен избор и проширен одговор. Учениците кои имаат континуирана пракса со текстуалните задачи, кои се среќаваат на стандардизираните тестови и со нивно решавање на повеќе од еден начин, како и со образложување на своите решенија постигнуваат повисоки резултати.

1.3.

ПРИМЕРИ НА ЗАДАЧИ ВО КОИ СЕ КОРИСТАТ РАЗЛИЧНИ ПОСТАПКИ И НАЧИНИ НА РЕШАВАЊЕ

Проблем со процена

Процени! Користи заокружување на „почетни - крајни цифри". Заокружи го точниот одговор.

ЗАДАЧА: Тривечерен настап

Еден гитарист свирел три вечери во една сала. Првата вечер имало 743 посетители, втората вечер 53, а третата вечер 321.

Колку приближно посетители биле присутни трите вечери вкупно?

А. Околу 2000 посетители.

Б. Околу 1300 посетители.

В. Околу 1000 посетители.

Г. Околу 1700 посетители.

Размисли! Користењето "почетни - крајни цифри" е еден начин да се направи проценка. Соберете ги, одземете ги, помножете ги или поделете ги стотките и десетките. Потоа, приспособете ја својата проценка "гледајќи ги" цифрите од десната страна.

Пример:

891 – 347 е околу 800 – 300 = 500

91 – 47 е околу 90 – 50 = 40

500 + 40 = 540, значи 891 – 347 е околу 540

Можно решение за проблемот:

743 + 653 + 321 е приближно 700 + 600 + 300 = 1600

43 + 53 + 21 е приближно 40 + 50 + 20 = 110

1600 + 110 = 1710, значи 743 + 653 + 321 е приближно 1710

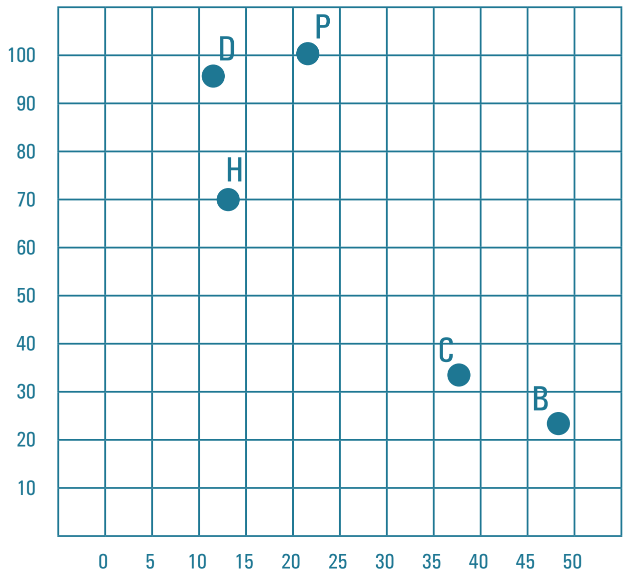
Околу 1710 посетители биле присутни трите вечери.

Проблем со алгебарско размислување

Реши!

ЗАДАЧА: Ловење во длабоко море

Графиконот прикажува пет (5) екипи на рибари кои отишле на риболов на длабоко море. Користи ги насоките кои ти се дадени за да одредиш која точка на графиконот која екипа ја прикажува. Означи ја секоја од точките со првата буква од името на екипата.



Насоки:

- Екипата **P** фатила повеќе од четири (4) риби по човек.

- Екипата **D** фатила приближно исто толку риба колку и екипата **P**.

- Екипата **H** фатила пет (5) пати повеќе риба отколку што имало членови во екипата.

- Екипата **B** имала исто толку членови, но фатила помалку риби.

- Екипата **C** фатила во просек една риба по човек.

Размисли, со кои две координати може да се прикаже секоја од точките? По хоризонтала се дадени бројот на членови во екипата, а по вертикала бројот на фатени риби.

Дополнително прашање: Колку риби фатила екипата **B**? Објасни.

Можен одговор: Екипата B фатила 24 риби. До овој одговор дојдов гледајќи на графиконот лево од точката која означува најголем број членови.

Задача од повеќе чекори

ЗАДАЧА: Купување велосипед

Запишете ги скриените прашања, а потоа решете ја задачата.

Сашо купил стар велосипед за 400 денари. Тој, исто така, купил нови делови за велосипедот во вредност од 200 денари и го поправил. Потоа го продал велосипедот за 1300 денари. Парите ги искористил да купи друг велосипед за 600 денари, после што купил нови делови за истиот во вредност од 250 денари и го поправил. Потоа го продал за 1500 денари. Колку вкупно пари заработил Сашо?

За да ја решиш оваа задача од повеќе чекори треба:

1. да го одговориш скриеното прашање,
2. да го искористиш одговорот на скриеното прашање за да го одговориш финалното прашање.

Скриено прашање 1 ______________________________

- Одговор______________________________

Скриено1 прашање 2 ______________________________

- Одговор______________________________

Финално прашање: Колку вкупно заработил Сашо?

- Одговор______________________________

Прашање за размислување:

Дали можеш да најдеш друг начин за решавање на оваа задача? Објасни.

Проблем со примена на стратегии

ЗАДАЧА: Сказна за рибите

Томе, Миле, Јоцо и Ристо отишле по риба. Секое од децата фатило по една риба. Рибата на Томе била два пати подолга од рибата на Миле. Рибата на Миле била 9 cm пократка од рибата на Јоцо. Рибата на Јоцо била 12 cm подолга од рибата на Ристо. Рибата на Ристо, пак, била 18 cm долга.

Колку била долга рибата на Томе?

Можеш да работиш од крајот кон почетокот за да ја решиш оваа задача бидејќи:

- дадена е крајната должина и дадени се информации за секоја од непознатите должини;
- секоја непозната должина може да се најде преку споредба со крајната должина или со некоја од другите должини.

Како да работиш од крајот кон почетокот?

Чекор 1: Утврди што е непознато.

Чекор 2: или опиши како може да се спореди секоја од должините со другите должини, почнувајќи со она што на почетокот е непознато.

Чекор 3: Работи од крајот нанапред, користејќи ги дадените информации.

▸ Одговор: Рибата на Томе била долга 42 cm.

Објасни како ја реши задачата.

Можен одговор: Почнав со она што ми беше познато. Рибата на Ристо е 18 cm долга. Рибата на Јоцо е 12 cm подолга од онаа на Ристо, односно 18 cm + 12 cm = 30 cm. Рибата на Миле е 9 cm пократка од онаа на Јоцо, односно 30 cm – 9 cm = 21 cm. Рибата на Томе е два пати подолга од онаа на Миле, односно 21 cm x 2 = 42 cm.

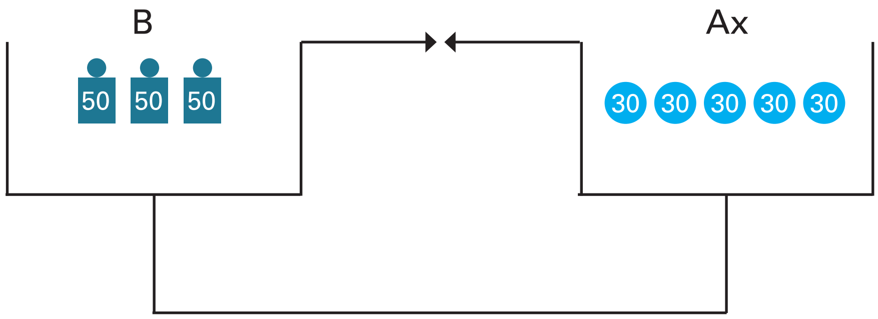
Како можеш да си го провериш одговорот?

Можен одговор: Можам да го искористам мојот одговор, односно должината на рибата на Томе за да ја најдам должината на рибата на Миле. Потоа, можам да ги најдам должините на рибите на Јоцо и на Ристо. Доколку должината што ќе ја најдам како должина на рибата на Ристо изнесува 18 cm, ќе знам дека одговорот ми е точен. 42:2 = 21; 21 + 9 = 30; 30 – 12 = 18; Рибата на Ристо е 18 cm долга, значи, мојот одговор (42 cm) е точен.

ПОГЛАВЈЕ 2


Збир 2
Збир 3
Збир 4
Збир 5
Збир 6
Збир 7
Збир 8
1 случај
2 случаи
3 случаи
4 случаи
5 случаи
6 случаи
5 случаи
4 случаи

Во ова поглавје се поместени содржини кои ќе им помогнат на наставниците и на учениците да ги зајакнат своите знаења за некои математички концепти што се дел од темите и содржините што се изучуваат во IV, V и VI одделение. Содржините се дадени така што за дадена задача е понудено нејзино решавање проследено со објаснување за математичкиот поим, својство или постапка; или пак даден е математичкиот поим, својство или постапка кој е проследен со решен еден или повеќе примери задачи.



2.1.

МНОЖЕЊЕ И ДЕЛЕЊЕ НА ДЕЦИМАЛНИ БРОЕВИ СО ДЕКАДНА ЕДИНИЦА

1. Да се помножи бројот 23,47 со 10 , односно (23,47 : 0,1).

А 23, 4 7·10 =
= 23 4,7

Запирката се поместува надесно за онолку места колку што има нули декадната единица.

Пример:

473, 547·100 = односно (473,547:0,01)
= 473 54, 7

Б 23, 47·10 =
= 234,7

Бројот се поместува налево за онолку места колку што има нули декадната единица.

Пример:

437, 547·100 = односно (473, 547:0,01)
= 47354,7

2. Да се подели бројот 23,47 со 10 односно (23,47·0,1)

А 23, 47:10 =
= 2, 3 47

Запирката се поместува налево за онолку места колку што има нули декадната единица.

Пример:

473, 547 : 100 = односно (473, 547·0,01)
= 4,73 547

Б 23, 47 : 10 = односно (23,47·0,1)
= 2,347

Бројот се поместува надесно за онолку места колку што има нули декадната единица.

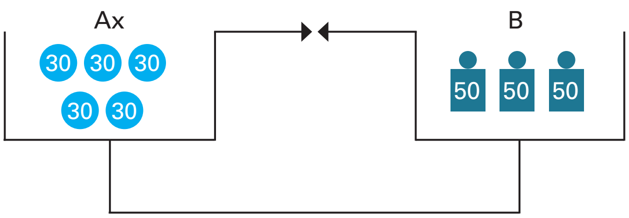
Пример:

473, 547 : 100 = односно (473, 547·0,01)
4,76547.

2.2.

СВОЈСТВА НА ЕЛЕМЕНТАРНИ РАВЕНКИ / РАВЕНСТВА ПРЕКУ СВОЈСТВА НА ВАГА

ЗА ПОЛЕСНО ДА СЕ СОГЛЕДААТ СВОЈСТВАТА НА РАВЕНСТВОТО , КАДЕ ШТО А,В СЕ КОНСТАНТИ, А Х Е ПРОМЕНЛИВА СЕ КОРИСТИ ПОИСТОВЕТУВАЊЕ СО ВАГА ВО РАМНОТЕЖА.

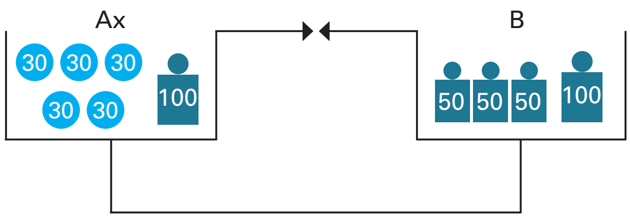


Вага: масата на 5 портокали е еднаква со масата на 3 тега.

Равенство: левата страна на *Ax* е еднаква на десната страна В.

ВАГА - СВОЈСТВО 1

Ако на двете страни на вагата се додаде по еден предмет со иста маса, тогаш вагата останува во рамнотежа.

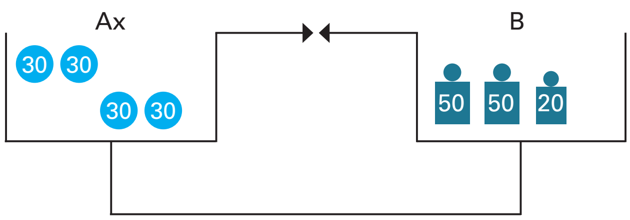


Равенство - својство 1

Ако на двете страни на равенството се додаде еден ист број, равенството не се менува, т.е. ако на $Ax=B$ се додаде од двете страни к, се добива $Ax + k = B + k$.

ВАГА - СВОЈСТВО 2

Ако од двете страни на вагата која е во рамнотежа се одземе една иста маса, тогаш вагата останува во рамнотежа.

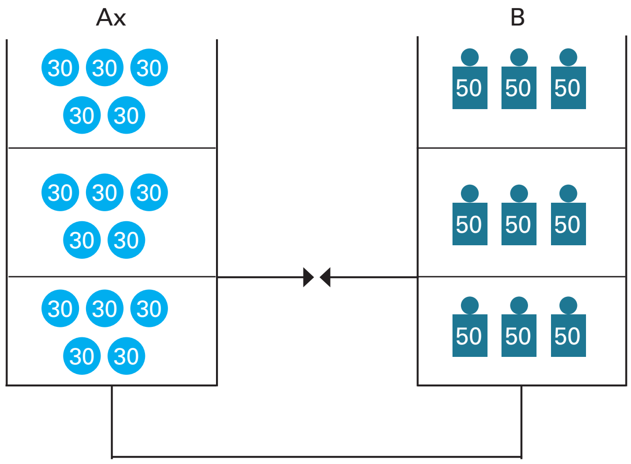


Равенство - својство 2

Ако од двете страни на равенството се одземе по еден ист број, равенството не се менува, т.е. ако од *Ax* и В на равенството $Ax = B$ се одземе број k, се добива $Ax - k = B - k$.

ВАГА - СВОЈСТВО 3

Ако масата на вагата која е во рамнотежа се зголеми за ист број пати на двете страни, тогаш вагата останува во рамнотежа.

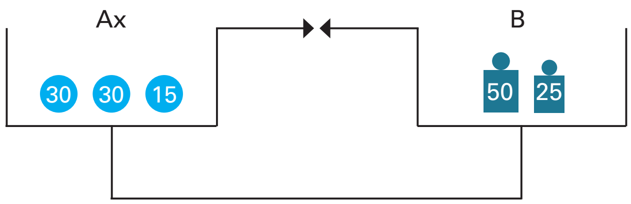


Равенство - својство 3

Равенството $Ax=B$ не се менува ако двете страни се помножат со еден ист број k, т.е. $Ax=B/\cdot k$, па се добива $Ax\cdot k=B\cdot k$

ВАГА - СВОЈСТВО 4

Ако масата на вагата која е во рамнотежа се намали ист број пати на двете страни, тогаш вагата останува во рамнотежа.



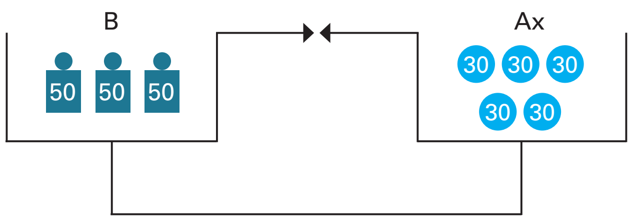
Равенство - својство 4

Равенството не се менува ако двете страни се поделат со ист број различен од нула $Ax=B/:k$,$k\neq 0$

$(Ax):k=B:k$, односно $\frac{Ax}{k}=\frac{B}{k}$

ВАГА - СВОЈСТВО 5

Ако страните на вагата која е во рамнотежа се променат, таа пак останува во рамнотежа.



Равенство - својство 5

Равенството не се менува ако страните си ги променат местата, т.е. $Ax = B$ е исто со $B = Ax$.

Во врска со четирите операции означени со симболите: **+**, **−**, **·**, **:**, постојат осум елементарни равенки каде што велиме дека a, b се константи, а x е променлива.

1. Во равенството x + a = b, x е прв собирок, a е втор собирок, b е збир. Ако од двете страни одземеме a, добиваме x + a – a = b – a, односно x = b – a.

ЗАКЛУЧОК: Непознат прв собирок се одредува кога од збирот се одзема познатиот втор собирок.

Пример 1 СОГЛЕДАЈ ГО РЕШАВАЊЕТО:

прв начин постапно

$$x+7=10$$
$$x+7-7=10-7$$
$$x+0=10-7$$
$$x=3$$

втор начин директно

$$x+7=10$$
$$x=10-7$$
$$x=3$$

2. Во равенството a + x = b, a е прв собирок, x е втор собирок, a b е збир. Ако од двете страни одземеме a, добиваме a + x – a = b – a, односно x = b – a.

ЗАКЛУЧОК: Непознат втор собирок се определува кога од збирот се одзема познатиот прв собирок.

Пример 2 СОГЛЕДАЈ ГО РЕШЕНИЕТО:

прв начин постапно

$$5+x=11$$
$$5+x-5=11-5$$
$$x+0=11-5$$
$$x=6$$

втор начин директно

$$5+x=11$$
$$x=11-5$$
$$x=6$$

3. Во равенството *x – a = b,* x е намаленик, a е намалител, b е разлика. Ако на двете страни додадеме a, добиваме *x – a + a = b + a,* односно *x = b + a.*

ЗАКЛУЧОК: Непознат намаленик се добива кога на разликата се додава познатиот намалител.

Пример 3 СОГЛЕДАЈ ГО РЕШЕНИЕТО:

прв начин постапно

$$x-3=11$$
$$x-3+3=11+3$$
$$x+0=11+3$$
$$x=14$$

$$x-3=11$$
$$x=11+3$$
$$x=14$$

4. **Во равенството** ***a – x = b*, a е намаленик, x е намалител, a b е разлика. Ако на двете страни додадеме x, добиваме *a – x + x = b + x* , односно *a = b + x.* Со примена на својството 5, добиваме *b + x = a* . Со одземање на b од двете страни, добиваме *b + x – b = a – b,* односно *x = a – b* .**

ЗАКЛУЧОК: Непознат намалител се одредува кога од намаленикот се одзема разликата.

Пример 4 СОГЛЕДАЈ ГО РЕШЕНИЕТО:

прв начин постапно	втор начин директно
$15-x=9$ $15-x+x=9+x$ $15=9+x$ $9+x=15$ $9+x-9=15-9$ $x=6$	$15-x=9$ $x=15-9$ $x=6$

5. **Во равенството *x · a = b*, x е прв множител, a е втор множител и b е производ. Ако двете страни ги поделиме со a, добиваме (*x · a) : a = b : a*, односно *x = b : a***

ЗАКЛУЧОК: Непознат прв множител се одредува кога производот се поделува со познатиот втор множител.

Пример 5 СОГЛЕДАЈ ГО ОДРЕДУВАЊЕТО НА НЕПОЗНАТИОТ МНОЖИТЕЛ:

прв начин постапно	втор начин директно
$x\cdot 3=15/:3$ $(x\cdot 3):3=15:3$ $x\cdot 1=5$ $x=5$	$x\cdot 3=15$ $x=15:3$ $x=5$

6. **Во равенството *a · x = b*, a е прв множител, x е втор множител, b е производ. Ако двете страни ги поделиме со a, добиваме: (*a · x) : a = b : a*, односно *x = b : a.***

ЗАКЛУЧОК: Непознатиот втор множител се одредува кога производот се поделува со познатиот прв множител.

Пример 6 СОГЛЕДАЈ ГО ОДРЕДУВАЊЕТО НА НЕПОЗНАТИОТ ВТОР МНОЖИТЕЛ:

прв начин постапно	втор начин директно
$4\cdot x=20/:4$ $(4\cdot x):4=20:4$ $x=20:4$ $x=5$	$4x=20$ $x=11+3$ $x=5$

7. **Во равенството x *: a = b*, x е деленик, a е делител, b е количник. Ако двете страни ги помножеме со a, добиваме: (x *: a) · a = b · a*, односно *x = b · a*.**

ЗАКЛУЧОК: Непознат деленик се одредува кога количникот ќе се помножи со познатиот делител.

Пример 7 СОГЛЕДАЈ ГО РЕШЕНИЕТО:

прв начин постапно

$$x:4=6\,/\cdot 4$$
$$(x:4)\cdot 4=6\cdot 4$$
$$x=24$$

втор начин директно

$$x:4=6$$
$$x=4\cdot 6$$
$$x=24$$

8. **Во равенството *a : x = b*, a е деленик, x е делител, a b е количник. Ако двете страни ги помножиме со x, добиваме *(a : x) · x = b · x*, односно *a = b · x*. Ако ги смениме страните на равенството, добиваме *bx = a /: b*.**

(b · x) : b = a : b

x = a : b

ЗАКЛУЧОК: Непознат делител се одредува кога деленикот се поделува со количникот.

Пример 8 СОГЛЕДАЈ ГО РЕШЕНИЕТО:

прв начин постапно

$$30:x=6\,/\cdot x$$
$$(30:x)\cdot x=6\cdot x$$
$$30=6\cdot x$$
$$6x=30/:6$$
$$x=5$$

втор начин директно

$$30:x=6$$
$$x=30:6$$
$$x=5$$

2.3.

ПРОМЕНА НА ЗБИРОТ, РАЗЛИКАТА, ПРОИЗВОДОТ И КОЛИЧНИКОТ

За четирите основни аритметички операции знам дека:

1. $a + b = c$ (a – прв собирок, b – втор собирок, c – збир)

2. $a - b = c$ (а – намаленик, b – намалител, с – разлика)

3. $a \cdot b = c$ (a – прв множител, b – втор множител, с – производ)

4. $a : b = c$ (а – деленик, b – делител, с – количник)

Сакам да знам:

1. За промената на збирот во зависност од промената на собироците.

2. За промената на разликата во зависност од промената на намаленикот и намалителот.

3. За промената на производот во зависност од промената на множителите.

4. За промената на количникот во зависност од промената на деленикот и делителот.

Промена на збирот:

1. **а)** $a + b = c$ на двете страни на равенството додаваме број m.

$a+m+b = c+m$

$(a+m)+b = c+m$

$a+(b + m) = c + m$

1. **б)** $a + b = c$ на двете страни одземаме m.

$a-m+b = c-m$

$(a-m)+b = c-m$

$a+(b-m) = c-m$

Промена на разликата:

2. **а)** $a - b = c$ од двете страни додаваме/одземаме m.

$a-b\pm m = c\pm m$

$(a+m)-b = c+m$

$(a-m)-b = c-m$

2. **б)** $a - b = c$ од двете страни одземаме/додаваме m.

$a-b\mp m = c\mp m$

$a-(b+m) = c-m$

$a-(b-m) = c+m$

Промена на производот:

3. а) $a \cdot b = c$ двете страни ги множиме со m.

$a \cdot b \cdot m = c \cdot m$

$(a \cdot m) \cdot b = c \cdot m$

$a \cdot (m \cdot b) = c \cdot m$

3. б) $a \cdot b = c$; делиме со m.

$(a \cdot b) : m = c : m$

$(a : m) \cdot b = c : m$

$a \cdot (b : m) = c : m$

Промена на количникот:

4. а) $a : b = c$; множиме/делиме со m.

$(a : b) \cdot m = c \cdot m$, $(a:b):m=c:m$

$(a \cdot m) : b = c \cdot m$

$(a : m) : b = c : m$

4. б) $a : b = c$; делиме/множиме со m.

$(a:b):m=c:m$, $(a:b) m=c \cdot m$

$a:(b \cdot m)=c:m$

$a:(b:m)= c \cdot m$

Научив:

1. Ако првиот или вториот собирок се зголеми (намали) за некој број, тогаш и збирот се зголемува (намалува) за тој број.

Пример 1. а) Ако $a+b=300$, тогаш:

$(a+100)+b=300+100=400$

$a+(b+100)=300+100=400$

Пример 1. б) Ако $a+b=500$, тогаш:

$(a-300)+b=500-300=200$

$a+(b-300)=500-300=200$

2. **а)** Ако намаленикот се зголеми (намали) за некој број, тогаш и разликата се зголемува (намалува) за тој број.

Пример 2. а) Ако $a-b=500$, тогаш:

$(a+200)-b=500+200=700$

$(a-200)-b=500-200=300$

2. **б)** Ако намалителот се зголеми (намали) за некој број, тогаш и разликата се намалува (зголемува) за тој број.

Пример 2. б) Ако $a-b=700$, тогаш:

$a-(b+200)=700-200=500$

$a-(b-200)=700+200=900$

3. Ако првиот или вториот множител се зголеми (намали) за n пати, тогаш и производот се зголемува (намалува) за n пати.

Пример 3. а) Ако $a \cdot b = 300$, тогаш:

$(a \cdot 3) \cdot b = 300 \cdot 3 = 900$

$a \cdot (b \cdot 3) = 300 \cdot 3 = 900$

Пример 3. б) Ако $a \cdot b = 500$, тогаш:

$(a : 5) \cdot b = 500 : 5 = 100$

$a \cdot (b : 5) = 500 : 5 = 100$

4 **а)** Ако деленикот се зголеми (намали) m пати, тогаш количникот се зголемува (намалува) m пати.

Пример 4. а) Ако $a : b = 300$, тогаш одреди:

$(a \cdot 2) : b = 300 \cdot 2 = 600$

$(a : 2) : b = (a : b) : 2 = 150$

4 **б)** Ако делителот се зголеми (намали) m пати, тогаш количникот се намалува (зголемува) m пати.

Пример 4. б) Ако $a : b = 500$, тогаш:

$a : (b \cdot 5) = (a : b) : 5 = 500 : 5 = 100$

$a : (b : 5) = 500 \cdot 5 = 2500$

2.4.

ЗАДАЧИ ОД РАВЕНКИ

Реши ги равенките:

1. $x+17=29$

Решение: $x=29-17$
$x=12$

2. $32+x=44$

Решение: $x=44-32$
$x=12$

3. $x-17=23$

Решение: $x=23+17$
$x=40$

4. $44-x=21$

Решение: $x=44-21$
$x=23$

5. $x\cdot 13=169$

Решение: $x=169:13$
$x=13$

6. $17x=187$

Решение: $x=187:17$
$x=11$

7. $x:15=21$

Решение: $x=21\cdot 15$
$x=315$

8. $180:x=12$

Решение: $x=180:12$
$x=15$

Равенките каде што има две операции (една од прв ред и една од втор ред)**, освен директно** можат да се решат и ако дел од равенката се замени со симбол, буква (□**,** **∗, ◊, О, t и др.)**

Пример 1 **Согледај го решавањето на равенката 17 - 3 · x = 8**

Ако за 3*x* ставиме □, добиваме 17- □ = 8. Ова е е елементарна равенка каде што непознатата е □.

Имаме: □ = 17 – 8

□ = 9

Сега во квадратчето запишуваме 3*x*, па добиваме $3x=9$, која повторно е елементарна равенка.

$x=9:3$

$x=3$

Проверка:

$17-3\cdot 3=8$

$17-9=8$

$8=8$

ЗАКЛУЧОК: Решавањето на равенки во кои има две операции од прв и втор ред се сведува на решавање на две елементарни равенки.

Пример 2 Согледај го решавањето на равенката 110 : (x-4) = 10

Ако *x*-4 го означиме со □, добиваме: 110 : □ = 10, која е елементарна равенка.

Имаме: □ =110:10

□ = 11

Сега на местото на квадратчето запишуваме $x-4$, па добиваме $x-4=11$, која е елементарна равенка, каде што $x=11+4$, т.е. $x=15$.

Проверка:

$110:(15-4)=10$

$110:11=10$

$10=10$

ЗАДАЧА 1:

Реши ги равенките со две операции една од прв ред, една од втор ред на два начина: а) со користење на симболи; б) директно.

1. а) $x\cdot 12+25=85$

$\Diamond + 25=85$

$\Diamond = 85-25$

$\Diamond = 60$

$x\cdot 12=60$

$x=60:12$

$x=5$

б) $x\cdot 12+25=85$

$x\cdot 12=85-25$

$x\cdot 12=60$

$x=60:12$

$x=5$

2. а) $3x-8=52$

$\square -8=52$

$\square =60$

$3x=60$

$x=60:3$

$x=20$

б) $3x-8=52$

$3x=52+8$

$3x=60$

$x=60:3$

$x=20$

3. а) $x:2+70=75$

$\square +70=75$

$\square =75-70$

$\square =5$

$x:2=5$

$x=10$

б) $x:2+70=75$

$x:2=75-70$

$x:2=5$

$x=5\cdot 2$

$x=10$

4. **а)** $120:x-15=15$

$\square$ - 15= 15

$\square$ = 15+15

$\square$ =30

$120:x=30$

$x=4$

б) $120:x-15=15$

$120:x=15+15$

$120:x=30$

$x=120:30$

$x=4$

5. **а)** $x+2\ \ \cdot 10=60$

$\square\cdot 10=60$

$\square=60:10$

$\square=6$

$x+2=6$

$x=6-2$

$x=4$

б) $(x+2)\cdot 10=60$

$x+2=60:10$

$x+2=6$

$x=6-2$

$x=4$

6. **а)** $x-5\ \ :4=20$

$\square$: 4=20

$\square=20\cdot 4$

$\square=80$

$x-5=80$

$x=80+5$

$x=85$

б) $(x-5):4=20$

$x-5=20\cdot 4$

$x-5=80$

$x=80+5$

$x=85$

7. **а)** $7(x+4)=35$

7.$\square$ =35

$\square$ =35:7

$\square$ =5

$x+4=5$

$x=1$

б) $7\cdot\ \ x+4\ \ =35$

$x+4=35:7$

$x+4=5$

$x=5-4$

$x=1$

8. **а)** $250:(21+x)=10$

250:$\square$ = 10

$\square$= 250 : 10

$\square$= 25

$21+x=25$

$x=25-21$

$x=4$

б) $250:\ \ 21+x\ \ =10$

$21+x=250:10$

$21+x=25$

$x=25-21$

$x=4$

ЗАДАЧА 2:

Следните равенки со три и повеќе операции се решени на два начина: со употреба на ознаки и директно.

Равенка: $x-3\ \ \cdot 10+30=100$

а) $(x-3)\cdot 10+30=100$

Означуваме: $(x-3)\cdot 10$ со $\square$

Добиваме: $\square$ $+30=100$

$\square=100-30$

$\square=70$

Односно: $x-3\ \ \cdot 10=70$

Сега означуваме: $x-3$ со Δ

$\Delta\cdot 10=70$

Δ = 70:10

Δ =7

Односно: $x-3=7$

$x=7+3$

$x=10$

б) $x-3\ \ \cdot 10+30=100$

$x-3\ \ \cdot 10=70$

$x-3=70:10$

$x-3=7$

$x=7+3$

$x=10$

ЗАКЛУЧОК: Решавањето на равенки со три операции се сведува на решавање на три елементарни равенки, а равенките со четири операции на четири елеменарни равенки итн.

Равенка: $20:x\ \ +3\ \ \cdot 12+72=156$

а) $((20:x)+3)\cdot 12+72=156$

Означуваме: $20:x\ \ +3\ \ \cdot 12$ со $\square$

Добиваме: $\square+72=156$

$\square=156-72$

$\square=84$

Односно: $((20:x)+3)\cdot 12=84$

Сега означуваме: $20:x\ \ +3=\Delta$

Добиваме: $\Delta\cdot 12=84$

$\Delta=84:12$

$\Delta=7$

Односно: $20:x\ \ +3=7$

Означуваме: 20 : x = ◊

Добиваме: ◊ + 3 = 7

◊ = 7 – 3

◊ = 4

Односно: $20 : x = 4$

$x = 20 : 4$

$x = 5$

б) $((20 : x) + 3) \cdot 12 + 72 = 156$

$20 : x \;\; + 3 \;\; \cdot 12 = 156 - 72$

$((20 : x) + 3) \cdot 12 = 84$

$20 : x \;\; + 3 = 84 : 12$

$(20 : x) + 3 = 7$

$20 : x = 7 - 3$

$20 : x = 4$

$x = 20 : 4$

$x = 5$

Равенка: $42 : \;\; 9 - x \;\; - 1 \;\; \cdot 15 + 25 = 100$

а) $(42 : (9 - x) - 1) \cdot 15 + 25 = 100$

Означуваме: $42 : \;\; 9 - x \;\; - 1 \;\; \cdot 15$ со $\square$

Добиваме: $\square + 25 = 100$

$\square = 100 - 25$

$\square = 75$

Односно: $(42 : (9 - x) - 1) \cdot 15 = 75$

Означуваме $42 : (9 - x) - 1$ со Δ

Добиваме: $\Delta \cdot 15 = 75$

$\Delta = 75 : 15$

$\Delta = 5$

Односно: $42 : \;\; 9 - x \;\; - 1 = 5$

Означуваме: $42:(9–x)$ со $\Diamond$

Добиваме: $\Diamond \;\; - 1 = 5$

$\Diamond = 6$

Односно: $42 : \;\; 9 - x \;\; = 6$

Означуваме: $9 - x$ со Δ

Добиваме: $42 : \Delta = 6$

$\Delta = 42 : 6$

$\Delta = 7$

Односно: $9 - x = 7$

$x = 9 - 7$

$x = 2$

б)

$$\left(42:\left(9-x\right)-1\right)\cdot 15+25=100$$

$$42:\ \ 9-x\ \ -1\ \ \cdot 15=100-25$$

$$\left(42:\left(9-x\right)-1\right)\cdot 15=75$$

$$42:\ \ 9-x\ \ -1=75:15$$

$$42:\left(9-x\right)-1=5$$

$$42:\ \ 9-x\ \ =5+1$$

$$42:\left(9-x\right)=6$$

$$9-x=42:6$$

$$9-x=7$$

$$x=9-7$$

$$x=2$$

2.5.
ДЕЛИВОСТ

ЗНАМ:

- ✓ **кои броеви се деливи со 2;**
- ✓ **кои броеви се деливи со 5;**
- ✓ **кои броеви се деливи со 3;**
- ✓ **кои броеви се деливи со 9.**

САКАМ ДА ЗНАМ 1: Како се утврдуваат признаците за деливост со 2, 3, 5 и 9?

При утврдувањето на точноста на признаците за деливост со 2, 3, 5 и 9 ќе се задржиме на четирицифрени броеви. Го разгледуваме бројот $\overline{a_3a_2a_1a_0}$, каде што:

a_0 е цифра на единици;

a_1 е цифра на десетки;

a_2 е цифра на стотки;

a_3 е цифра на единици илјади.

Значи, важи равенството $\overline{a_3a_2a_1a_0} = 1000a_3 + 100a_2 + 10a_1 + a_0$.

НАУЧИВ:

- **Признакот за деливост со 2** се согледува од равенството $\overline{a_3a_2a_1a_0} = 2\left(500a_3 + 50a_2 + 5a_1\right) + a_0$.
Значи, бројот $\overline{a_3a_2a_1a_0}$ е делив со 2 ако цифрата на единици a_0 биде 0, 2, 4, 6 или 8.

- **Признакот за деливост со 5** се согледува од равенството $\overline{a_3a_2a_1a_0} = 5\left(200a_3 + 20a_2 + 2a_1\right) + a_0$.
Значи, $\overline{a_3a_2a_1a_0}$ е делив со 5 ако цифрата на единици биде 0 или 5.

- **Признакот за деливост со 3** се согледува од равенството $\overline{a_3a_2a_1a_0} = 999a_3 + 99a_2 + 9a_1 + a_0 + a_1 + a_2 + a_3 =$
Бројот $\overline{a_3a_2a_1a_0}$ е делив со 3 ако збирот на цифрите $a_0 + a_1 + a_2 + a_3$ е број делив со 3.
Значи, бројот 111 е делив со 3, бидејќи 1 + 1+ 1 = 3, а бројот 3 е делив со 3.

Пример 2.5.1.: Бројот 253 не е делив со 3, бидејќи 2+5+3=10, а бројот 10 не е делив со 3.

Забелешка: Може да се заклучи дека признакот важи за кој било цифрен број

- Признакот за деливост со 9 се согледува слично како признакот за деливост со 3.

Имено, од равенството

$\overline{a_3a_2a_1a_0} = 9(111a_1 + 11a_2 + a_3) + a_0 + a_1 + a_2 + a_3$ заклучуваме дека бројот $\overline{a_3a_2a_1a_0}$ е делив со 9 ако збирот на цифрите $a_0 + a_1 + a_2 + a_3$ е број делив со 9.

Пример 2.5.2.: Бројот 297 е делив со 9, бидејќи 2 + 9 + 7 = 18, а 18 е делив со 9.

Пример 2.5.3.: Бројот 3532 не е делив со 9, бидејќи 3 + 5 + 3 + 2 = 13, а 13 е број кој не е делив со 9**.**

Забелешка: Може да се заклучи дека признакот важи, иако бројот има повеќе од 4 цифри, односно признакот важи за кој било цифрен број.

САКАМ ДА ЗНАМ 2: Кои се признаците за деливост со 4, 8 и 11?

- Бројот $\overline{a_3a_2a_1a_0}$ е делив со **4** ако двоцифрениот завршеток е двоцифрен број делив со 4 или две нули или 04.
- Бројот $\overline{a_3a_2a_1a_0}$ е делив со **8** ако трицифрениот завршеток е трицифрен број делив со 8 или завршува на три нули.
- Бројот $\overline{a_3a_2a_1a_0}$ е делив со **11** ако разликата од збирот на цифрите $a_0 + a_2$ и збирот на цифрите $a_1 + a_3$, односно $a_0 + a_2 - \; a_1 + a_3$ е број делив со 11.

НАУЧИВ:

Пример 2.5.4.: Бројот 7500 е делив со 4, бидејќи завршува на две нули.

Пример 2.5.5.: Бројот 3504 е делив со 4, затоа што завршува на 04.

Пример 2.5.6.: Бројот 5712 е делив со 4, бидејќи $\overline{a_1a_0} = 12$, а 12 е делив со 4.

Забелешка: Може да се заклучи дека признакот важи ако бројот има повеќе од 4 цифри, односно признакот важи за кој било цифрен број, а за двоцифрен и едноцифрен број деливоста се одредува со делење.

НАУЧИВ:

Пример 2.5.7: Бројот 7000 е делив со 8, бидејќи завршува на три нули.

Пример 2.5.8.: Бројот 7112 е делив со 8, бидејќи трицифрениот завршеток 112 е делив со 8.

Забелешка: Може да се заклучи дека признакот важи ако бројот има повеќе од 4 цифри, а за трицифрен, двоцифрен и едноцифрен број деливоста со 8 се одредува со делење.

НАУЧИВ:

Пример 2.5.9.: Бројот 2156 е делив со 11, бидејќи 6 + 1 – (2 + 5) = 0. Трицифрениот број $\overline{a_2a_1a_0}$ е делив со 11 ако $a_0+a_2-a_1$ е број делив со 11.

Пример 2.5.10.: Бројот 341 е делив со 11 ако 1 + 3 – 4 = 0. Двоцифрениот број $\overline{a_1a_0}$ е делив со 11 ако цифрите се исти.

Пример 2.5.11: Бројот 77 е делив со 11, бидејќи е запишан со исти цифри.

Забелешка: Повеќецифрениот број е делив со 11 ако разликата од збирот на цифрите од парните места и збирот на цифрите од непарните места $(a_0+a_2+a_4+....)-(a_1+a_3+a_5+....)$ е број делив со 11.

Пример 2.5.12: Бројот 357829835 е делив со 11, бидејќи 5+8+2+7+3-(3+9+8+5)=0

УШТЕ САКАМ ДА ЗНАМ: На кој начин се утврдуваат признаците за деливост со 4, 8 и 11?

- Признакот за деливост со 4 се согледува од равенството $\overline{a_3a_2a_1a_0}=4(250a_3+25a_2)+10a_1+a_0=4(250a_3+25a_2)+\overline{a_1a_0}$.
- Значи, бројот $\overline{a_3a_2a_1a_0}$ е делив со 4 ако двоцифрениот завршеток $\overline{a_1a_0}$ е број делив со 4.
- Признакот за деливост со 8 се согледува од равенството $\overline{a_3a_2a_1a_0}=8\cdot125a_3+100a_2+10a_1+a_0=8\cdot125a_3+\overline{a_2a_1a_0}$.
- Значи, бројот $\overline{a_3a_2a_1a_0}$ е делив со 8 ако трицифрениот завршеток $\overline{a_2a_1a_0}$ е број делив со 8.
- Признакот за деливост со 11 се согледува од равенството

$$\overline{a_3a_2a_1a_0}=1001a_3-a_3+99a_2+a_2+11a_1-a_1+a_0=11(91a_3+9a_2+a_1)+a_2+a_0-a_3-a_1$$

- Значи, бројот $\overline{a_3a_2a_1a_0}$ е делив со 11 ако $a_2+a_0-(a_1+a_3)$ е број делив со 11.

2.6.

ПРОЦЕНТИ

ЗНАМ:

1. Да претворам процент во дропка и децимален број.

Пример 2.6.1.: $20\% = \frac{20}{100} = \frac{1}{5} = 0,2$

2. Да одредувам процент од целина.

Пример 2.6.2.: $25\ \%\ \text{од}\ 300 = \frac{25}{100} \cdot 300 = 75$

Пример 2.6.3.: $25\ \%\ \text{од}\ 300 = 0,25 \cdot 300 = 75$

3. Да одредувам намалување (зголемување) дадено во проценти.

Пример 2.6.4.: Ако некоја книга чинела 100 денари и е намалена за 20 проценти, колку ќе чини книгата по намалувањето?

$20\ \%\ \text{од}\ 100 = \frac{20}{100} \cdot 100 = 20$ денари. Книгата чини 80 денари.

Пример 2.6.5.: Ако некоја книга чинела 100 денари и е зголемена за 20 проценти, колку ќе чини книгата по зголемувањето?

$20\ \%\ \text{од}\ 100 = \frac{20}{100} \cdot 100 = 20$ денари. Книгата чини 120 денари.

САКАМ ДА ЗНАМ:

1. Да одредувам процент на зголемување на книга којашто претходно била намалена за 20% (проценти).

2. Да одредувам процент на намалување на книга којашто претходно е зголемена за 25% (проценти).

НАУЧИВ:

1. Ако цената на некој предмет се намали за P_1%, тогаш за да се добие истата цена треба да се зголеми за P_2% и притоа $P_2 > P_1$.

Пример 2.6.6.: За колку проценти треба да се зголеми цената на една кошула ако претходно е намалена за 20%.

Решение: Нека цената на кошулата е *x* денари, тогаш намалувањето изнесува: $\frac{x \cdot P_1}{100}$, тогаш кошулата чини $x - \frac{xP_1}{100}$. Бидејќи вредноста од намалувањето и зголемувањето во денари е еднаква, добиваме:

$$\frac{x \cdot P_1}{100} = \left(x - \frac{xP_1}{100}\right)\frac{P_2}{100}$$

$$\frac{P_1}{100} = \left(1 - \frac{P_1}{100}\right)\frac{P_2}{100}$$

Се добива: $P_2 = \frac{100P_1}{100 - P_1}$

Во нашиов случај: $P_2 = \frac{100 \cdot 20}{100 - 20} = \frac{100 \cdot 20}{80} = 25\%$.

2. Ако некој предмет се зголеми за P_1%, тогаш за да се добие истата цена треба да се намали за P_2% и притоа $P_2 < P_1$.

Пример 2.6.7: За колку проценти треба да се намали цената од некој предмет ако претходно е зголемена за 25%.

Решение: Слично како во претходниот пример добиваме:

$$\frac{x \cdot P_1}{100} = \left(x + \frac{xP_1}{100}\right)\frac{P_2}{100}$$

$$\frac{P_1}{100} = \left(1 + \frac{P_1}{100}\right)\frac{P_2}{100}$$

Се добива: $P_2 = \frac{100P_1}{100 + P_2}$

Во нашиов случај: $P_2 = \frac{100 \cdot 25}{100 + 25} = \frac{100 \cdot 25}{125} = \frac{100}{5} = 20\%$

УШТЕ САКАМ ДА НАУЧАМ: Да ги применувам претходните знаења во практични примери.

Пример 2.6.8.: Ако едната страна на една квадратна тераса се зголеми за 25%, тогаш за колку треба да се намали соседната страна на добиената правоаголна тераса за да има иста плоштина со квадратната тераса?

Конкретен пример: Нека страната на терасата е 10 метри.

$a = 10$

$P_1 = 25\%$

$P_2 = 20\%$

$25\% \text{ од } 10 = \frac{25}{100} \cdot 10 = 2,5$

$20\% \text{ од } 10 = \frac{20}{100} \cdot 10 = 2$

Што значи, страните на правоаголната тераса се 12,5 метри и 8 метри.

P = 12,5·8 = 100m^2

Пример 2.6.9.: Зафатнината на базен во форма на квадар е **a·b·c m^3**. Ако првата страна се намали за 10%, втората се намали за 20%, тогаш за колку треба да се зголеми третата страна за зафатнината да остане непроменета?

$$V = a \cdot b \cdot c$$

$$V = a\left(1-\frac{P_1}{100}\right)b\left(1-\frac{P_2}{100}\right)c\left(1+\frac{P_3}{100}\right)$$

Треба да важи:

$$1+\frac{P_3}{100}=\frac{100\cdot 100}{(100-P_1)(10-P_2)}$$

$$(100+P_3)(100-P_1)(100-P_2)=100\cdot 100\cdot 100$$

Во конкретниов случај имаме:

$$(100+P_3)\cdot 90\cdot 80=100\cdot 100\cdot 100$$

$$P_3=\frac{100\cdot 100\cdot 100}{90\cdot 80}-100=38,8\%$$

2.7.

РЕШАВАЊЕ РАВЕНКИ И СОСТАВУВАЊЕ НА ТЕКСТ ЗА ДАДЕНИ РАВЕНКИ

ЗНАМ:

Да одредувам должина на две отсечки ако за нив е познат збирот и е позната разликата на истите, односно

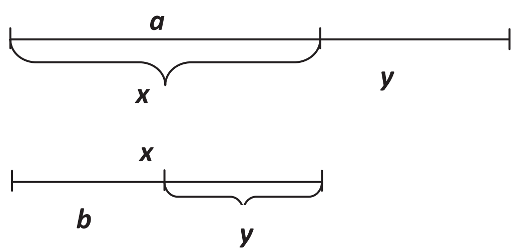
x* + *y* = *a

***x* – *y* = *b* каде што *x*, *y* се непознати, а *a* и *b* се познати.**

Со графичко претставување се добива:

Пример:

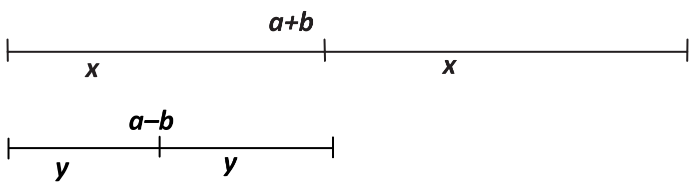
Збирот на отсечките е 10, а разликата на отсечките е 2.



Со собирање добиваме.
2*x* = 12; *x* = 6

Со одземање добиваме:
2y=8; y=4

Имаме:



Според тоа: $x = \dfrac{a+b}{2}$

$y = \dfrac{a-b}{2}$

САКАМ ДА ЗНАМ: да составам текст за дадени две равенки од овој вид.

Пример 1 Запиши текст за дадените две равенства со непознатите x и y, т.е. $x + y = 40 \quad x - y = 30.$

Решение Мирјана и нејзината ќерка заедно имаат 40 години. Нивните години се разликуваат за 30. По колку години имаат Мирјана и нејзината ќерка.

Пример 2 Да се напише текст за дадените равенки: $6x + 4y = 52$ и $x - y = 2$.

Решение Во една училница има масички на кои можат да седат 6 ученика и масички на кои може да седат 4 ученика. Колку масички биле за 6 ученика, а колку за 4 ученика ако бројот на масички за 6 ученика и бројот на масички за 4 ученика се разликуваат за 2?

НАУЧИВ да составувам текст за две равенки од видот: x + y = a, x - y = b

Пример 1 Состави текст што ќе биде соодветен на двете равенки:
$x+y=40 \quad x-y=20$.

Решение 1 Определи ја брзината на чамецот и брзината на водата ако чамецот се движи по течението на реката со брзина од 40 километри на час, а спроти течението на реката со брзина од 20 километри на час.

Решение 2 Сабина и Јасмина се братучетки и заедно имаат 40 години. По колку години има секоја од нив ако Сабина е за 20 години постара од Јасмина?

Пример 2 Состави текст што ќе биде соодветен на двете равенки:

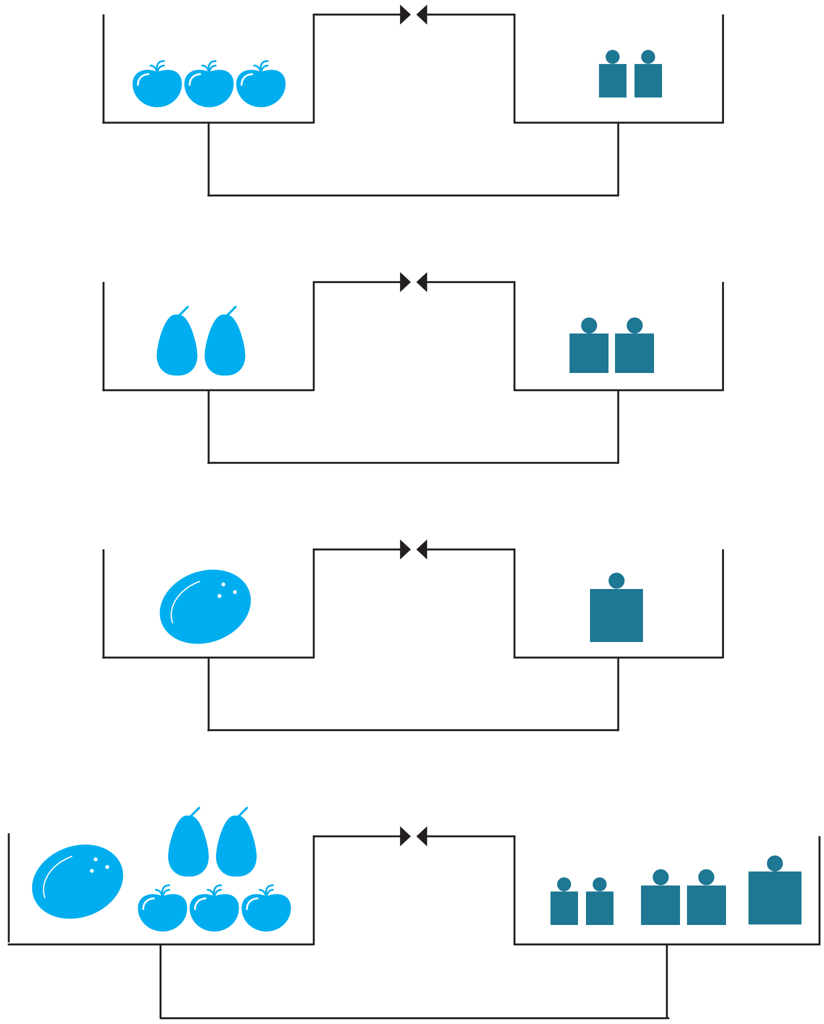
$x+y=22 \quad x-y=2$

Решение 1 Одреди ги годините на Нина и Сара ако заедно имаат 22 години и ако Нина е за 2 години постара од Сара.

Решение 2 Одреди два парни последователни природни броја чиишто збир е 22.

ТЕХНИКА ЗСНУ

Следново својство од равенства кое е претставено графички преку вага и аналитички со равенство ќе го користиме во група задачи дадени подолу.



СВОЈСТВО ВАГА

Знам дека вагата останува во рамнотежа ако масите од три (и повеќе) ваги во рамнотежа се префрлаат на соодветните страни на една вага.

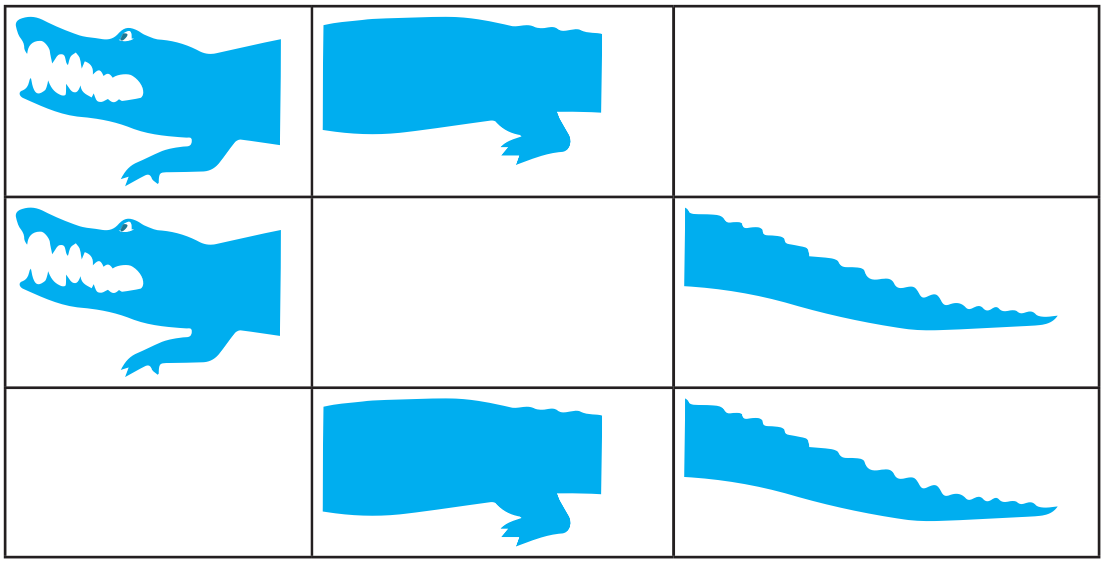
Својство равенство

Знам дека ако $A_1x = B_1$, $A_2y = B_2$ и $A_3z = B_3$ се три равенства, тогаш според својството на вагата се добива дека равенството не се менува ако се соберат левите страни и ако се соберат десните страни, односно $A_1x + A_2y + A_3z = B_1 + B_2 + B_3$.

САКАМ ДА ЗНАМ да решавам проблеми со три непознати ако се дадени збировите на секои две непознати.

Пример 1 Колку е долг еден крокодил ако е познато дека главата и телото имаат должина од 10 dm, главата и опашката имаат должина од 12 dm и телото и опашката имаат должина од 14 dm.

Решение Нека Г е главата, Т е телото, а О е опашката. Тогаш,



$$\begin{cases} Г+Т=10 \\ Г+0=12 \\ Т+0=14 \end{cases}$$

Со собирање на равенствата добиваме 2Т +2Т +2О = 36

Бидејќи крокодилот К = Г + Т + О, тогаш добиваме дека 2 крокодила, т.е. 2 К = 36. Еден крокодил К = 18. Според тоа, крокодилот е долг 18 dm.

НАУЧИВ да решавам проблеми/равенки со 3 непознати, ако се познати збировите на секои 2 непознати.

Пример 1 Ако Јована и Нина заедно имаат 35 години; Јована и Сара заедно имаат 33 години и Нина и Сара заедно имаат 24 години, тогаш колку години има секоја од нив?

Според условот, се запишува:

$$\begin{cases} J+H=35 \text{ години} \\ J+C=33 \text{ години} \\ H+C=24 \text{ години} \end{cases}$$

Ги собираме равенствата и добиваме: 2J + 2H + 2C = 92 години. Според тоа, J + H + C = 46 години. Бидејќи J + H = 35 години, тогаш C = 11 години. Од H + C = 24 години, H = 13 години и J = 22 години.

Пример 2 Да се пресмета периметарот и страните на триаголникот ако збировите на секои две страни изнесува:

a + b = 16

a + c = 18

$b + c = 20$.

Решение Според условот, се запишува $\begin{cases} a+b=16 \\ a+c=18 \\ b+c=20 \end{cases}$. Со собирање на равенките се добива $2a+2b+2c=54$, односно

$a+b+c=27$ т.е. $L=27$

Добиваме: $16+c=27$, т.е. $c=11$

$18+b=27$

$b=9$

$a=7$

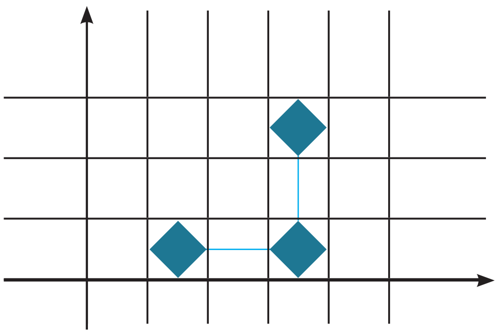
Пример 2 Даријан, Ведран и Филип нацртале по два соседни агли чии збирови се 80^0, 120^0, 160^0. Филип забележал дека има по еден ист агол со Ведран и Даријан. Ведран воочил дека аглите што ги нацртале се составени од три различни агли, а Даријан тврдел дека трите агли имаат збир колку внатрешните агли од триаголникот. Дали тврдењето на Даријан е точно ако она што го воочиле Ведран и Филип е вистинито?

Решение Нека аглите се: $\alpha + \beta = 80^0$; $\alpha + \gamma = 120^0$; $\beta + \gamma = 160^0$.
Со собирање на равенствата добиваме $2\alpha + 2\beta + 2\gamma = 360^0$, односно $\alpha + \beta + \gamma = 180^0$.
Според тоа, тврдењето на Даријан е точно.

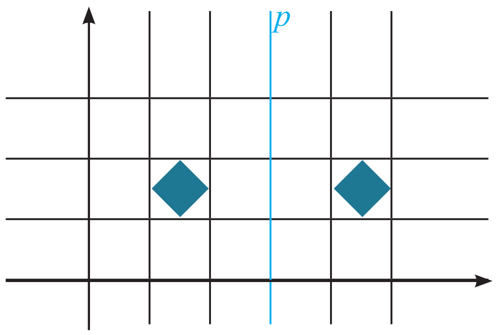
2.8.
ТРАНСЛАЦИЈА

ЗНАМ:

1. Транслација две десно / две горе



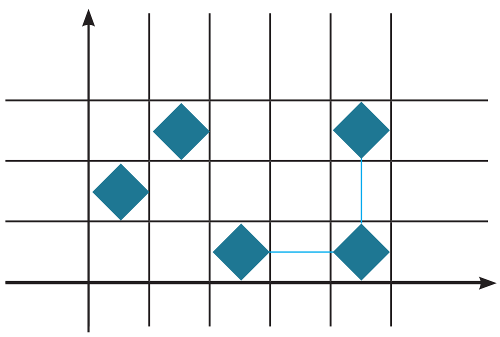
2. Осна симетрија p е оска на симетрија



САКАМ ДА ЗНАМ:

1. На колку начини може да се дојде до сликата при транслација, движејќи се нагоре и надесно, односно надесно и нагоре?
2. Може ли осната симетрија да се претстави преку транслации?
3. Може ли транслацијата да се претстави преку осни симетрии?

НАУЧИВ ДЕКА:

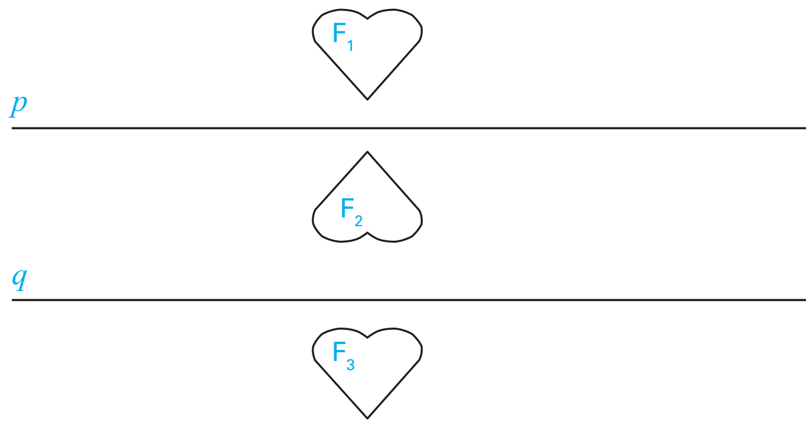


1. Во фигурата што настанала со транслација за едно поле десно и едно поле нагоре, транслацијата можеме да ја извршиме на два начина.

Во фигурата што настанала со транслација за две полиња десно и две полиња нагоре, транслацијата можеме да ја извршиме на шест начина. Нив ги согледуваме од следната шема:

7	8	9	12349 12549
6	5	4	12589 16549
1	2	3	16789 16589

2. **Во општ случај осната симетрија не може да се претстави преку транслација, но можеме фигура добиена со осна симетрија да ја пресликаме во истата фигура со транслација на следниот начин:**



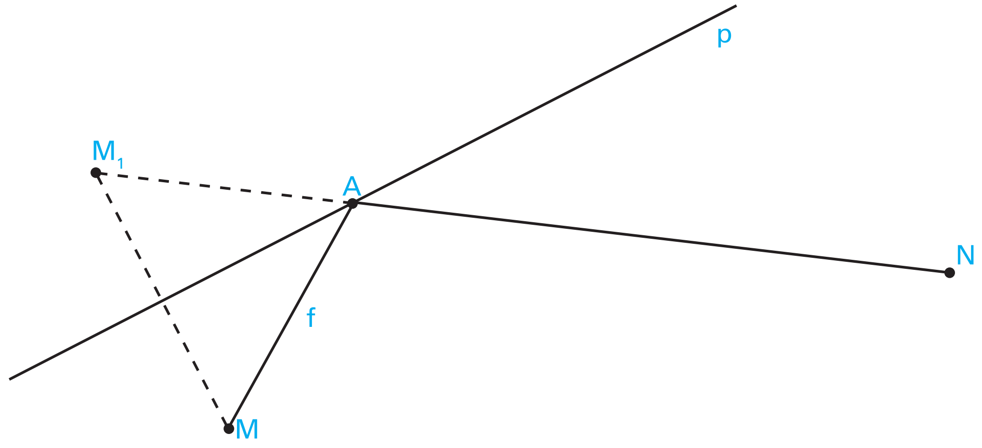
Бидејќи при осна симетрија со оска q се добива слика F_2, којашто претставува свртена фигура F_1, ќе направиме уште една осна симетрија со оска p за да се добие фигурата F_3, којашто е исто завртена како фигурата F_1. Па, може да се најде транслација, така што од сликата F_3 да се добие сликата F_1.

3. **Секоја транслација може да се претстави со две осни симетрии.**

Во претходната скица, транслација од F_1 е F_3, односно осна симетрија на F_1 во однос на q е F_2 и осна симетрија на F_2 во однос на p е F_3.

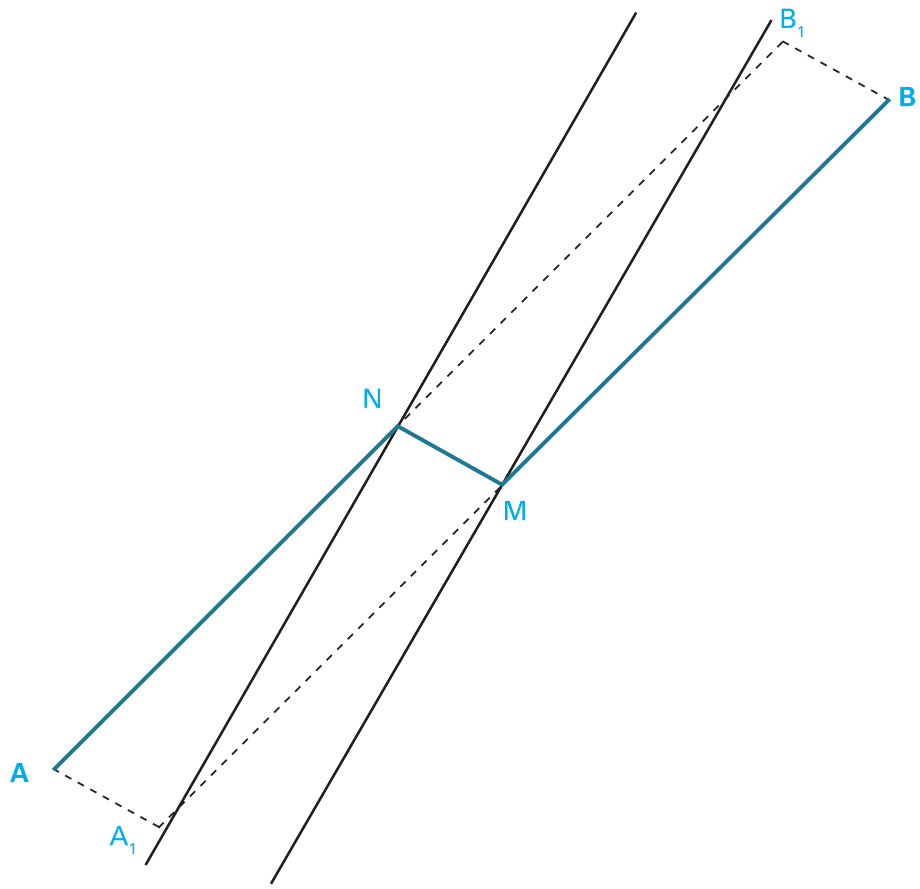
УШТЕ САКАМ ДА ЗНАМ: Примена на транслацијата и осна симетрија.

Пример 2.8.1.: На правата p да се најде точка A, така што збирот $\overline{MA}+\overline{NA}$ да е најмал, како што е претставено на долната скица.



M_1 е симетрична со M во однос на p. Бидејќи $\overline{AM_1}=\overline{AM}$, заклучуваме дека $\overline{AM}+\overline{AN}$ е најмал.

Пример 2.8.2.: Каде треба да се постави мостот на реката за селаните од селото А најбрзо да стигнат до селото В и обратно (како што е претставено на скицата)?



Селаните од А треба да ја поминат ширината на реката (мостот) AA_1, потоа право да дојдат до В. Селаните од В треба да ја поминат ширината на реката (мостот) BB_1, а потоа право да дојдат до А.

Отсечките AA_1 и BB_1 се добиени со транслација на должината на мостот.

2.9.
РАБОТА СО ПОДАТОЦИ

- Прибирањето податоци се врши со анкетирање , набљудување, мерење, броење и др.
- Инструменти (средства) за прибирање податоци се: анкетен лист, прашалници, тестови итн.
- Прибраните податоци се претставуваат на различни начини: со подредување, во табела, на различни видови дијаграми итн.

Пример 2.9.1.: Игор и Маја се ученици од VI одд. и со анкетен лист извршиле анкетирање на своите соученици и на самите себе со кој спорт се занимава секој од нив. Прибраните податоци ги претставиле во табелата:

Спорт	**Број на одговори**
кошарка	8
тенис	14
фудбал	16
ракомет	2

Табелата во која се претставени податоците е табела на фреквенции.

- **Аритметичка средина на два или повеќе броја е количникот од збирот на тие броеви и бројот на собироците.**

Аритметичката средина за податоците од примерот е $\frac{8+14+16+2}{4}=10$

Значи, секој спорт го спортуваат просечно по 10 ученици.

- **Сликовен дијаграм е начин на претставување на податоци со користење на слики или симболи.**

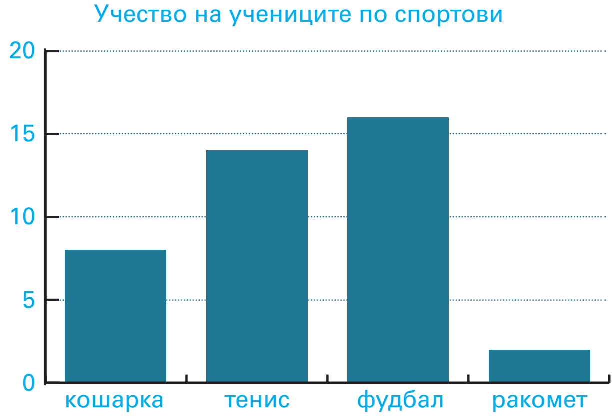
Податоците од примерот 10 можеме да ги претставиме со следниот сликовен дијаграм:

Спорт	**број на ученици**
кошарка	☺☺☺☺☺☺☺☺
тенис	☺☺☺☺☺☺☺☺☺☺☺☺☺☺
фудбал	☺☺☺☺☺☺☺☺☺☺☺☺☺☺☺☺
ракомет	☺☺

- **Столбестиот дијаграм има две оски хоризонтална и вертикална. На едната се запишуваат имињата кои се однесуваат на податоците, а на другата оска се запишува видот на единицата мерка.**

Се запишува и насловот на столбестиот дијаграм.

Податоците од примерот 10 можеме да ги претставиме со следниот столбест дијаграм:



- **Секторскиот дијаграм го кажува соодносот меѓу деловите од целото.**

Податоците од примерот 10 можеме да ги претставиме со следниот секторски дијаграм:

Се одредуваат аглите во степени со коишто се претставени спортовите:

кошарка: $\frac{8}{40}\cdot 360^{\circ}=72^{\circ}$ фудбал: $\frac{16}{40}\cdot 360^{\circ}=144^{\circ}$

тенис: $\frac{14}{40}\cdot 360^{\circ}=126^{\circ}$ ракомет: $\frac{2}{40}\cdot 360^{\circ}=18^{\circ}$

Предностите и недостатоците на дијаграмите со кои се претставуваат податоците ќе ги искажеме во следната табела:

Вид на дијаграм	Предности	Недостатоци
столбест	• лесно се читаат податоците • едноставно се споредуваат големини	• ако столбовите се со блиски големини тешко се читаат • зависно од столбовите може да се добие погрешен впечаток за поголемите разлики
сликовен	• лесно се читаат податоците • едноставно се споредуваат големини	• за да се утврди точен број мора да се пресметува
секторски	• добро се споредуваат делови од целото	• тешко е за користење кога деловите на целото се мали

Многу важни елементи од работата со податоци се: изборот на примерок, анализата на податоците и заклучокот.

Пример 2.9.2: Во едно село од 2000 жители треба да се изгради ново фудбалско игралиште и за таа цел е направена анкета меѓу жителите. Ако се направи анкета на малку жители може да добиеме одговор кој не го одобрува мнозинството. Затоа ќе прашаме 200 жители (10%) и во нив да има мажи, жени и деца, а пак меѓу нив да има спортисти и жители кои не спортуваат.

Добиените одговори ги запишуваме во табела.

Ново фудбалско игралиште

одговор	број	однос
да	120	$\frac{120}{200}=0{,}6$
не	60	$\frac{60}{200}=0{,}3$
не знам	20	$\frac{20}{200}=0{,}1$

Со анализа на податоците се утврдува дека 0,6 од примерокот сакаат ново фудбалско игралиште. Пресметуваме $2000\cdot 0{,}6=1200$. Значи, можеме да заклучиме дека приближно 1200 жители сакаат да се изгради ново фудбалско игралиште.

2.10.

МИКРОУЧЕЊЕ

ЗАДАЧА 1:

Даден е периметар на правоаголник 60 *m*.

1. Да се изберат страните *a* и *b,* (кои се природни броеви) на правоаголникот, така што најголемиот заеднички делител да биде 6 и плоштината да биде максимална.
2. Колку коцки со страна 1m можат да се добијат од квадратите со страна 1m добиени од правоаголниците?
3. Ако претпоставиме дека коцките се полни, тогаш колку коцки со зафатнина 1 cm^3 можат да се добијат од составените коцки?
4. Дали може од коцките со зафатнина 1 cm^3 кога би се наредиле во линија да се стигне од Скопје до Солун?
5. Ако секоја од коцките со зафатнина 1 m^3 се означи со броеви од 1 до 6, тогаш колку можни збирови можат да се добијат од коцките ако се земат парови?
6. Претстави ги горните страни на коцките во парови и збировите што можат да се добијат.
7. Одреди ги веројатностите на настаните кои можат да се случат.
8. Претстави ги можните збирови на точките од горната страна на коцките и веројатностите што притоа се добиваат со столбест дијаграм.
9. Кој настан е најверојатен и кои настани се еднакво веројатни?

Решение:

1. Бидејќи НЗД од *a*,*b* е 6, тогаш страните на правоаголникот се избираат од табелата:

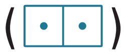
a	1	2	.....	6	.....	12	.....	18	.....	24	.....	1
b	29	28	.....	24		18		12		6		29
НЗД (a,b)	/	/		6		6		6		6		/
P	29	56		144		216		216		144		29

Избрани се страни со должина 18 *m*, ширина 12 *m* или, пак, должина 12 *m* и ширина 18 *m*.

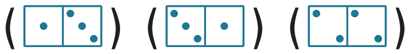
2. Ако плоштината на двата правоаголници е $2\cdot216 = 432m^2$, тогаш $432 : 6 = 72$. Значи, може да се добијат 72 коцки.
3. Една коцка со зафатнина 1 m^3 содржи 1.000.000 коцки со зафатнина 1 cm^3. Значи, ќе се добијат 72.000.000 коцки со зафатнина 1 cm^3.
4. Ако добиените коцки од 1 cm^3, а нив ги има 72.000.000, се наредат во линија ќе се добие должина од 72.000.000 *cm*, а тоа е еднакво на 720 *km*, што значи дека може да се стигне до Солун.

5. Ако коцките се означат со точки од 1 до 6, тогаш можните збирови од точки на горните страни на паровите коцки се: 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12.

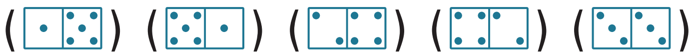
6. Графички се прикажани можните парови коцки:

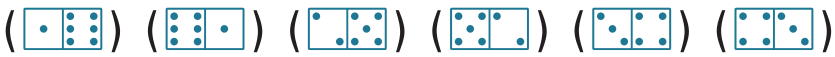
Збир 2  1 случај

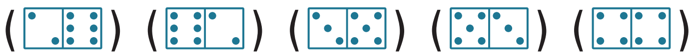
Збир 3  2 случаи

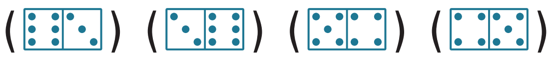
Збир 4  3 случаи

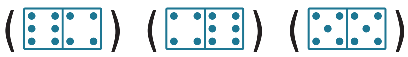
Збир 5  4 случаи

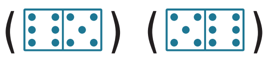
Збир 6  5 случаи

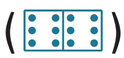
Збир 7  6 случаи

Збир 8  5 случаи

Збир 9  4 случаи

Збир 10  3 случаи

Збир 11  2 случаи

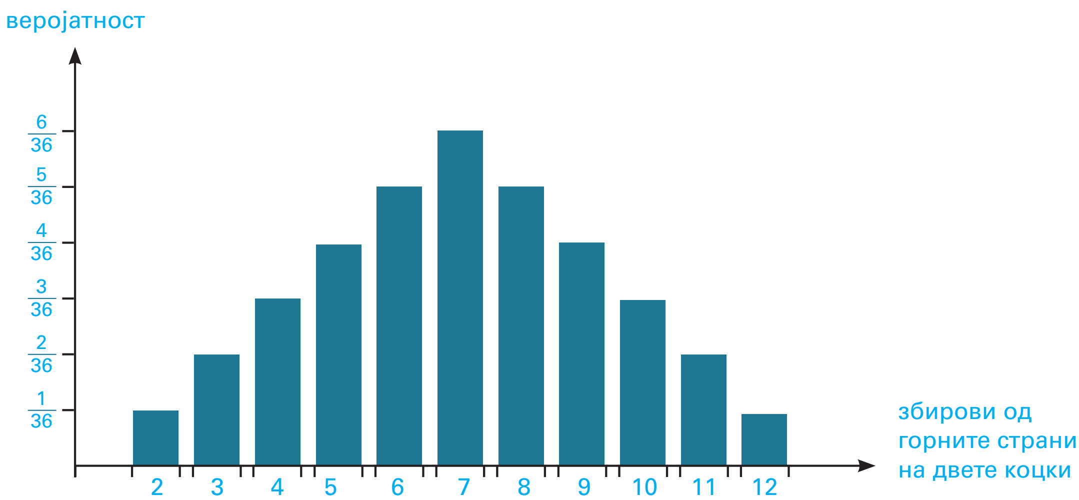
Збир 12  1 случај

7. Веројатностите се:

$P_2 = \frac{1}{36}$, $P_8 = \frac{5}{36}$, $P_3 = \frac{2}{36}$, $P_9 = \frac{4}{36}$, $P_4 = \frac{3}{36}$, $P_{10} = \frac{3}{36}$

$P_5 = \frac{4}{36}$, $P_{11} = \frac{2}{36}$, $P_6 = \frac{5}{36}$, $P_{12} = \frac{1}{36}$, $P_7 = \frac{6}{36}$

8. Можните збирови на точките од горната страна на коцките и веројатностите се претставени со столбест дијаграм.



9. Најверојатен е настанот кога збирот на точките од горната страна на коцките е 7, со веројатност $\frac{6}{36}$. Исто веројатни се настаните кога збирот на точките од горната страна на коцката е 2 и 12 со веројатност $\frac{1}{36}$.

3 и 11 .... $\frac{2}{36}$

4 и 10 .... $\frac{3}{36}$

5 и 9 .... $\frac{4}{36}$

6 и 8 .... $\frac{5}{36}$

ЗАДАЧА 2:

По случаен избор избрани се следните 22 лица:

3 – мажи што имаат месечни примања во износ од 3700,00 денари;

1 – жена што има месечни примања од 3700,00 денари;

4 – конфекциски работнички со месечни примања од 4300,00 денари;

1 – конфекциски работник со месечни примања од 7200,00 денари;

4 – момчиња со завршен факултет со месечен џепарлак од 1000,00 денари;

3 – девојчиња со завршен факултет со месечен џепарлак од 1000,00 денари;

2 – наставници со месечни примања од 22000,00 денари;

1 – наставничка со месечни примања од 22000,00 денари;

2 – бизнисмени со месечни примања од 140000,00 денари;

1 – ќерка на бизнисмен со месечен џепарлак од 100000,00 денари;

1. За денарите, да се определи:

а) мода,

б) ранг,

в) просек,

г) да се определи веројатност за секој од настаните:

A_1: одбрана е жена конфекциски работник;

A_2: одбран е дипломиран студент (момче);

A_3: одбрано е девојче со завршен факултет;

A_4: одбран е бизнисмен;

A_5: одбрана е наставничка;

A_6: одбрана е жена.

2. Сите 22 лица се случајно одбрани да учествуваат во квизот „Сè или нешто".

а) Да се определи веројатноста за избор на кандидат што ќе игра за да го добие милионот.

б) Дали сите кандидати имаат еднаква веројатност да бидат одбрани да играат за да го добијат милионот?

в) Да се одреди веројатноста одбраното лице да добие милион.

г) Да се одреди веројатноста дека определен кандидат ќе биде одбран и ќе добие милион.

д) Дали сите 22 лица кога играат имаат иста веројатност да добијат милион?

Решение:

За да се реши задачата, најнапред податоците ги внесуваме во табела:

3 мажи со месечни примања	1 жена со месечни примања	4 жени конфек-циски работнич-ки	1 конфек-циски работник	4 момчиња со џепарлак	3 девојчиња со џепарлак	2 наставни-ци со месечни примања	1 наставни-чка со месечни примања	2 бизнис-мени со месечни примања	1 ќерка на бизнисм-ен со џепарлак
3·3700 11,100	1·3700 3,700	4·6300 25,200	1·7200 7,200	4·1000 4,000	3·1000 3,000	2·22000 44,000	1·22000 22,000	2·140000 28,0000	1·100000 100,000

1.

а) Модата изнесува 1000 денари.

б) Рангот изнесува 140 000 – 1000 = 139 000 денари.

в) Просекот е еднаков на:

$$\frac{11\,100=3700+25200+4000+3000+44000+22000+28000+100000}{22}=\frac{493000}{22}=22409$$

г)
$$P(A_1)=\frac{4}{22}$$
$$P(A_2)=\frac{4}{22}$$
$$P(A_3)=\frac{3}{22}$$
$$P(A_4)=\frac{2}{22}$$
$$P(A_5)=\frac{1}{22}$$
$$P(A_6)=\frac{10}{22}$$

2.

а) Веројатноста за избор на кандидатот што ќе игра за да добие милион изнесува $\frac{1}{22}$.

б) Сите кандидати имаат еднаква веројатност, т.е. сите кандидати имаат веројатност $\frac{1}{22}$.

в) Лицето што игра за да добие милион има веројатност:

$$P=\frac{21}{22}\cdot\frac{20}{21}\cdot\frac{19}{20}\cdot\frac{19}{19}\cdot\ldots\cdot\frac{3}{4}\cdot\frac{2}{3}\cdot\frac{1}{2}=\frac{1}{22}\cdot$$

г) Веројатноста дека кандидатот ќе биде избран и ќе добие милион е:

$$P=\frac{1}{22}\cdot\frac{1}{22}=\frac{1}{484}\,.$$

д) Математички сите кандидати имаат иста веројатност, но реално дали е така?

2.11.

ТЕХНИКА ЗСНУ: РАВЕНКИ И ГЕОМЕТРИЈА

ЗНАМ:

1. Својства на равенства.
2. Да решавам елементарни равенки.
3. Да решавам равенки од видот $ax+b=cx+d$.

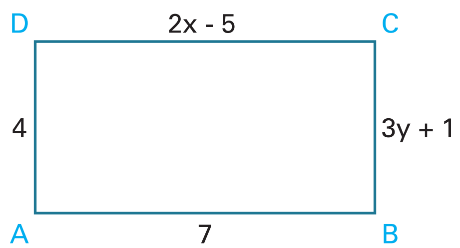
САКАМ ДА ЗНАМ:

Да го применувам решавањето на равенките во геометријата, и тоа:

1. за одредување на P и L на некои 2Д-форми,
2. за одредување на агли кај 2Д-форми.

НАУЧИВ:

Пример 2.11.1.: Одреди ги *x* и *y* од правоаголникот:

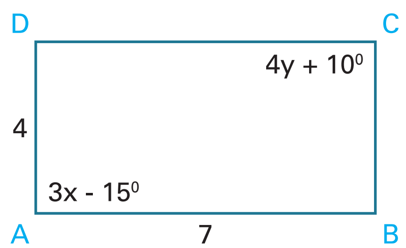


Имаме: $2x-5=7$ $3y+1=4$

$2x=12$ $3y=3$

$x=6$ $y=1$

Пример 2.11.2.: Одреди ги *x* и *y* од правоаголникот:

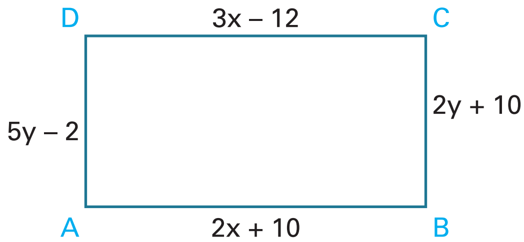


Имаме: $3x-15^0=90^0$ $4y+10^0=90^0$

$3x=105^0$ $4y=80^0$

$x=35^0$ $y=20^0$

Пример 2.11.3: Одреди ги периметарот и плоштината на правоаголникот:



Имаме: $3x - 12 = 2x + 10$ $\qquad$ $5y - 2 = 2y + 10$

$3x - 2x = 10 + 12$ $\qquad$ $5y - 2y = 10 + 2$

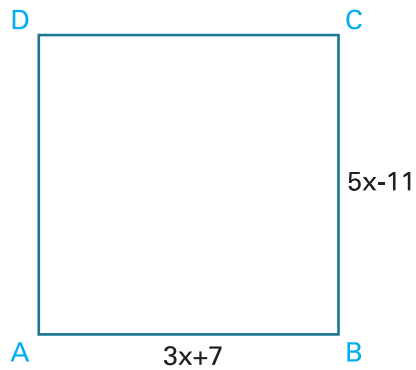
$x = 22$ $\qquad$ $y = 4$

Страните на правоаголникот се 54 *cm* и 18 *cm*.

$L = 2\cdot(54 + 18) = 2\cdot72 = 144$ *cm*

$P = 54\cdot18 = 972$ cm^2

Пример: 2.11.4: Одреди ги периметарот и плоштината на квадратот:



Имаме: $5x - 11 = 3x + 7$

$5x - 3x = 11 + 7$

$2x = 18$

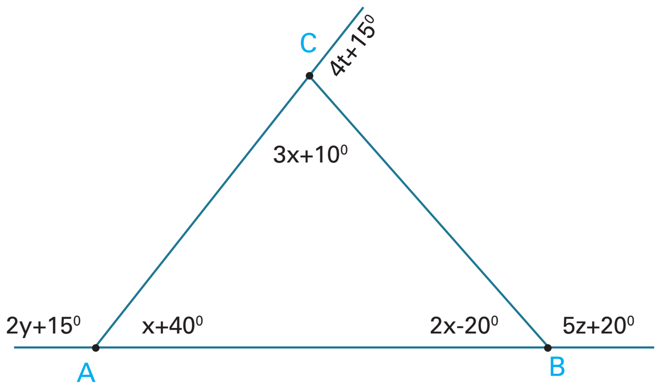
$x = 9$

Страната на квадратот е $3\cdot9 + 7 = 5\cdot9 - 11 = 34$*cm*

$L = 4\cdot34 = 136$*cm*

$P = 34\cdot34 = 1156$ cm^2

Пример 2.11.5.: Одреди ги внатрешните и надворешните агли на триаголникот како и вредностите на *x*, *y*, *z* и *t*.

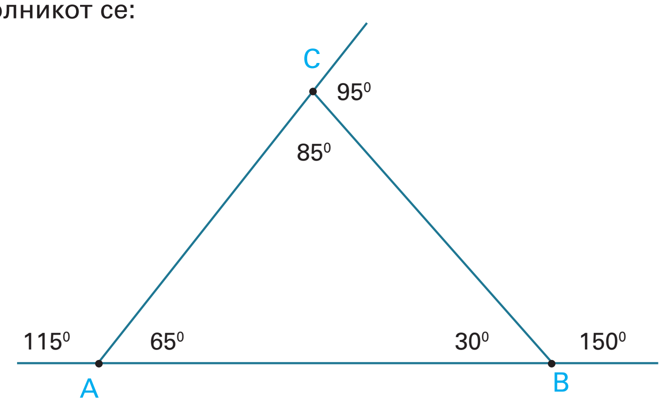


Имаме: $x + 40^0 + 2x - 20^0 + 3x + 10^0 = 180^0$

$6x = 150^0$

$x = 25^0$

Аглите на триаголникот се:



Вредностите на *y*, *z*, и *t* се:

$2y - 15^0 + 65^0 = 180^0$	$5z + 20^0 + 30^0 = 180^0$	$4t + 15^0 + 85^0 = 180^0$
$2y = 130^0$	$5z = 130^0$	$4t = 80^0$
$y = 65^0$	$z = 26^0$	$t = 20^0$

УШТЕ САКАМ ДА ЗНАМ:

1. Да решавам равенки од видот:

$\frac{ax+b}{c} = \frac{dx+e}{f}$ / множиме со $c \cdot f$ за $c \neq 0$ и $f \neq 0$

$afx + bf = cdx + ce$

$afx - cdx + bf - bf = cdx - cdx + ce - bf$

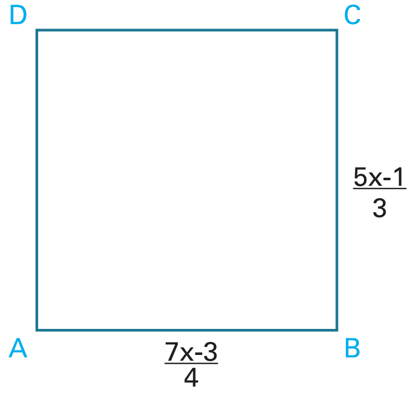
$afx - cdx = ce - bf$

$x \cdot (af - cd) = ce - bf$

$x = \frac{ce - bf}{af - cd}$ за $af - cd \neq 0$

2. Да го применам решавањето равенки од ваков вид во задачи од геометрија.

Пример 2.11.6.: Пресметај ги периметарот и плоштината на квадратот:



Имаме: $\dfrac{7x-3}{4}=\dfrac{5x-1}{3}$

$$21x-9=20x-4$$

$$x=5$$

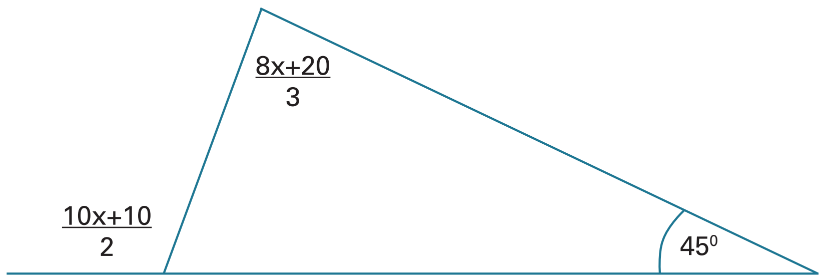
Страната на квадратот е

$$\frac{7\cdot 5-3}{4}=\frac{5\cdot 5-1}{3}=8$$

$$L=4\cdot 8=32cm$$

$$P=8\cdot 8=64cm^2$$

Пример 2.11.7.: Да се определат сите агли во триаголникот:



Имаме: $\dfrac{10x+10^0}{2}=\dfrac{8x+20^0}{3}+45^0$ / множиме со 6

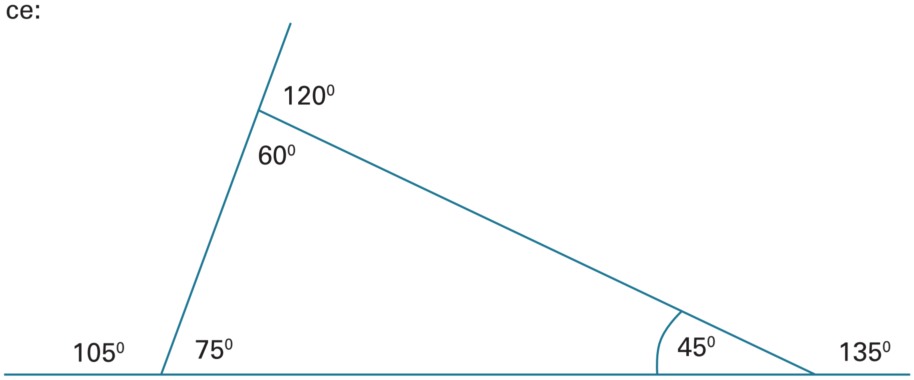
$$3\left(10x+10^0\right)=2\left(8x+20^0\right)+270^0$$

$$30x+30^0=16x+40^0+270^0$$

$$14x=280^0$$

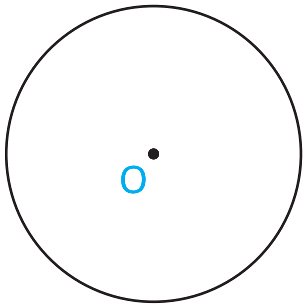
$$x=20^0$$

Аглите се:



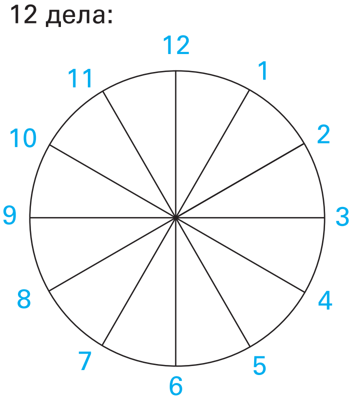
2.12.
ТЕХНИКА КОЦКА – ДРОПКИ, ВЕРОЈАТНОСТ, МЕРЕЊЕ И СИМЕТРИЈА

1. Опиши: Дадена е 2Д-форма круг со центар во О:

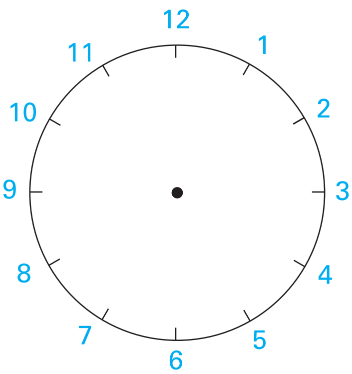


2. Спореди:

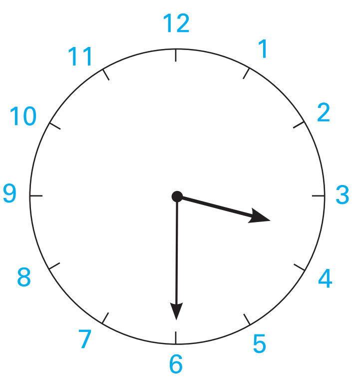
а) Торта поделена на 12 дела:



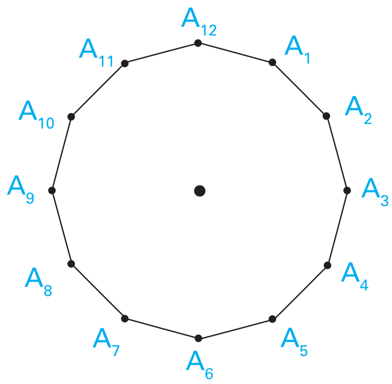
б) Тркало на среќа:



в) Ѕиден часовник:



г) 2Д-форма - правилен дванаесетаголник:



3. Асоцирај:

а) Ако е торта, тогаш парчињата ги гледаме како еднакви дропки.

б) Ако е тркало на среќа, тогаш може да одредуваме веројатност.

в) Ако секој од дванаесетте дела се подели на по пет дела, тогаш го гледаме како часовник.

г) Ако поврземе означени точки од A_1 до A_{12} добиваме дванаесетаголник.

4. Аргументирај:

а) Дропките се: цели и делови од цели.

б) Тркалото на среќа е со помалку броеви.

в) Ѕидниот часовник има 12·5 = 60 дела.

г) Деловите на 2Д-формата се исти и точките од A_1 до A_{12} се темиња на дванаесетаголник.

5. Примена

а) **Пример 2.12.1.**: Пресечи $\frac{1}{6}$ од тортата.

Пример 2.12.2.: Запиши соодветен знак во кругчето $\frac{3}{12} \bigcirc \frac{1}{4}$.

б) Одреди ги веројатностите на настаните:

B_1: Тркалото на среќата застанува на бројот 7.

B_2: Тркалото на среќата застанува на парен број.

B_3: Тркалото на среќата застанува на прост број.

B_4: Тркалото на среќата застанува на број делив со 3.

B_5: Тркалото на среќата застанува на број делив со 4.

B_6: Тркалото на среќата застанува на број делив со 5.

B_7: Тркалото на среќата застанува на ниту прост ниту сложен број.

B_8: Тркалото на среќата застанува на број што е квадрат на природен број.

B_9: Тркалото на среќата застанува на сложен број.

B_{10}: Тркалото на среќата застанува на парен прост број.

в) **Пример 2.12.3.**: Светлана тргнала со авион од Скопје за Франкфурт во 9 часот и 30 минути и патувала 2 часа и 12 минути. Во колку часот стигнала во Франкфурт?

г) **Пример 2.12.4.:** Колку степени на ротациона симетрија има 2Д-форма дванаесетаголник со центар во точката О?

д) **Пример 2.12.5.:** Колкав е аголот при ротациона симетрија?

ѓ) **Пример 2.12.6.:** Колку оски на симетрија има 2Д-формата?

6. Анализа

а) Шест деца земаат парчиња од тортата, така што:

- првото дете зема $\frac{1}{12}$ од тортата;
- второто дете зема $\frac{1}{11}$ од остатокот од тортата;
- третото дете зема $\frac{1}{10}$ од остатокот од тортата;
- четвртото дете зема $\frac{1}{9}$ од остатокот од тортата;
- петтото дете зема $\frac{1}{8}$ од остатокот од тортата;
- шестото дете зема $\frac{1}{7}$ од остатокот од тортата.

Согледај дека останала половина од тортата.

Првото дете зело $\frac{1}{12}$, остаток $\frac{11}{12}$.

Второт дете зело $\frac{1}{11}$ од $\frac{11}{12}=\frac{1}{12}$, остаток $\frac{10}{12}$.

Третото дете зело $\frac{1}{10}$ од $\frac{10}{12}=\frac{1}{12}$, остаток $\frac{9}{12}$.

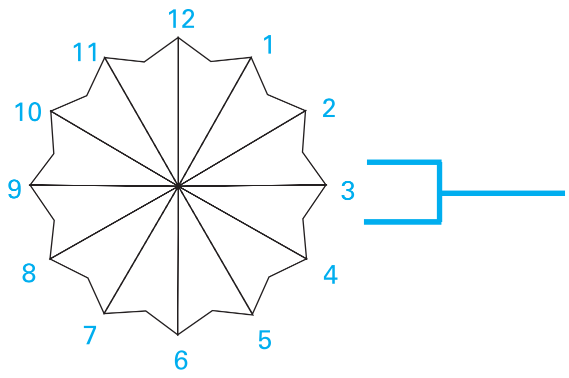
Четвртото дете зело $\frac{1}{9}$ од $\frac{9}{12}=\frac{1}{12}$, остаток $\frac{8}{12}$.

Петтото дете зело $\frac{1}{8}$ од $\frac{8}{12}=\frac{1}{12}$, остаток $\frac{7}{12}$.

Шестото дете зело $\frac{1}{7}$ од $\frac{7}{12}=\frac{1}{12}$, остаток $\frac{6}{12}$.

Значи $\frac{6}{12}=\frac{1}{2}$. Останало $\frac{1}{2}$ од тортата.

б) Го разгледуваме тркалото на среќата:



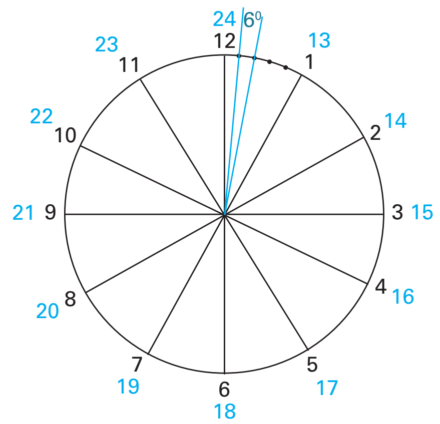
Бидејќи веројатноста од настанот: тркалото застана на бројот *n*, *n* = 1, 2, 3..., 12 е еднаква за секој број поединечно, велиме дека настаните се еднакво веројатни.

Ако ги собереме веројатностите од сите настани добиваме

$$\frac{1}{12}+\frac{1}{12}+.....\frac{1}{12} \quad (12 \text{ вакви собироци}) \ =\frac{12}{12}=1$$

Тоа значи дека добиваме сигурен настан.

в) Го разгледуваме часовникот:

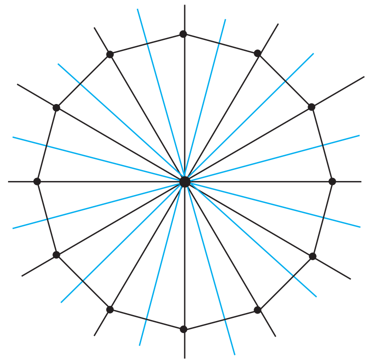


Една минута соодветствува на 6^0.

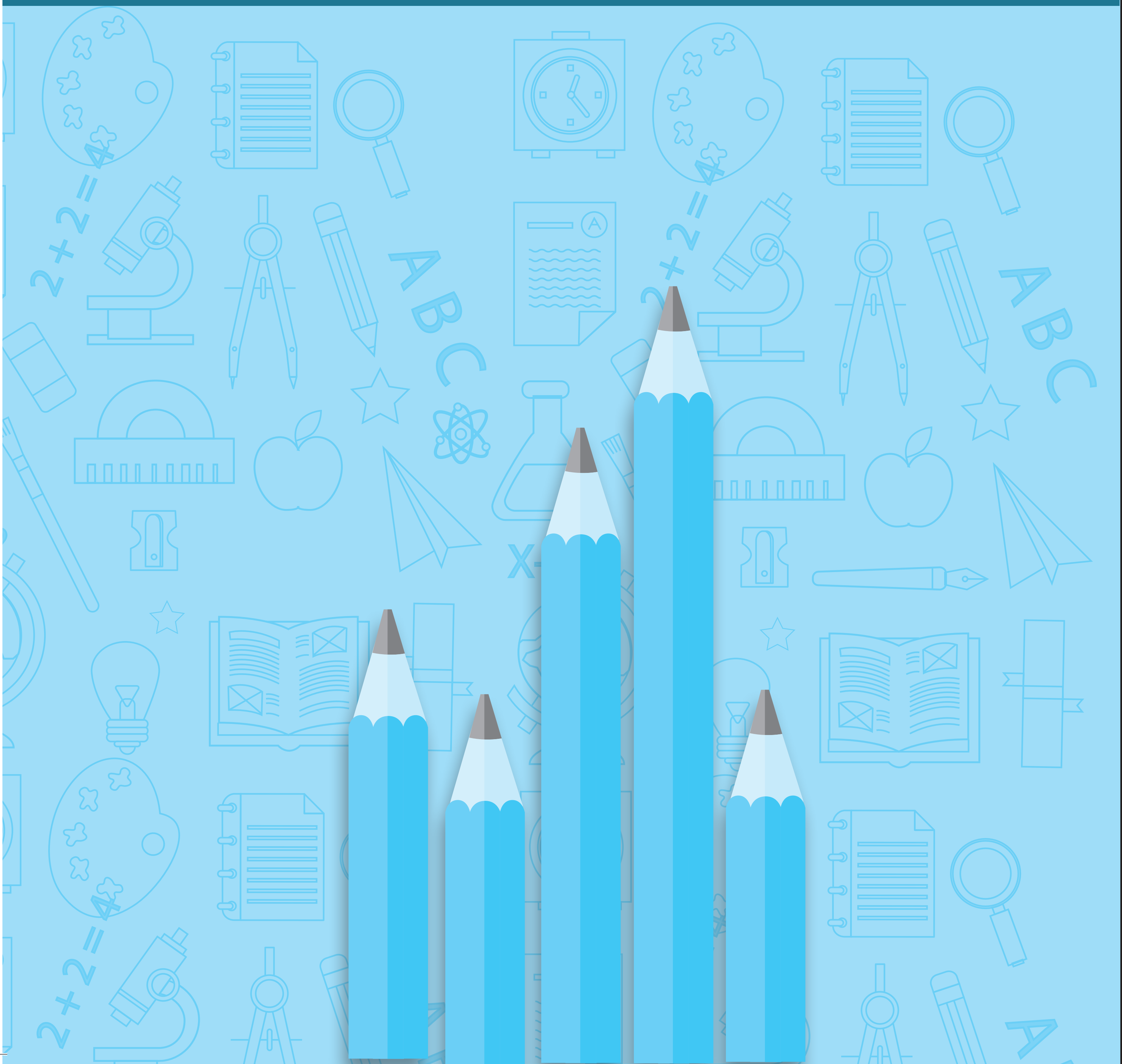
Пет минути соодветствуваат на 30^0.

На девет часот претпладне соодветствува дваесет и еден часот навечер.

г) Ја разгледуваме 2Д-формата правилен дванаесетаголник кој има дванаесет степени на ротациона симетрија и дванаесет оски на симетрија.



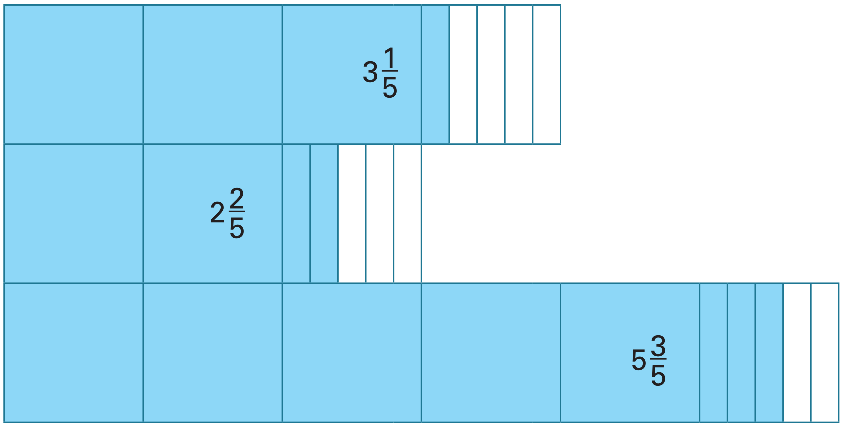
ПОГЛАВЈЕ 3



Сите задачи кои се во ова поглавје од Прирачникот се текстуални и за секоја е дадено целосно решение, односно целата постапка на решавање. За подобро разбирање на понудените решенија полезно би било претходно да се воочат користените постапки, концепти и својства кои се среќаваат во примерите кои се поместени во Поглавје 2.

Во првиот дел од ова поглавје се поместени задачи за кои се дадени по пет (5) различни начини на решавање, а задачите во вториот дел се подредени така што за секоја од петте задачи се понудени повеќе начини на решавање кои се очекуваат од ученици од различни одделенија (IV, V и VI одделение).

За задачите во третиот дел е понуден еден начин на решавање. Се очекува дека учениците и наставниците, поттикнати од решавањето на задачите од првиот и вториот дел од ова поглавје, за секоја задача од третиот дел ќе изнајдат уште неколку различни начини на кои можат да ја решат.



3.1.
ЗАДАЧИ КОИ СЕ РЕШАВААТ НА ПОВЕЌЕ НАЧИНИ - ТЕХНИКИ ВРТЕЛЕШКА И СЛОЖУВАЛКА

ЗАДАЧА 1:

Марко имал 10 монети од 5 и 2 денари или вкупно 38 денари. Колку монети имал Марко од 5 денари и колку монети од 2 денари?

Пет групи ученици решавале на различни начини, а потоа го споделиле своето решение со останатите групи.

1 група: Учениците формираат низи од броеви со чекор 5 и чекор 2, односно:

5, 10, 15, 20, 25, 30, 35,

2, 4, 6, 8, 10, 12, 14

Учениците ги обележуваат членовите од низите што даваат збир 38.

Согледуваат дека биле 6 монети од по 5 денари и 4 монети од по 2 денари.

2 група: Учениците ги откриваат и ги запишуваат содржателите на броевите 5 и 2.

5, 10, 15, 20, 25, 30, 35,

2, 4, 6, 8, 10, 12, 14

Содржатели коишто имаат збир 38 се 30 + 8. Согледуваат дека биле 6 монети од по 5 денари и 4 монети од по 2 денари.

3 група: Учениците претпоставуваат дека сите монети се од по 5 денари со вредност од 50 денари. Го намалуваат бројот на монети со замена на монети од 5 денари со монети од 2 денари сè додека не се добие број 38. Согледуваат дека биле 6 монети од по 5 денари и 4 монети од по 2 денари.

4 група: Учениците изготвуваат хартиени ленти.

1	2	3	4	5	6
5	10	15	20	25	30

2	4	6	8	10	12
1	2	3	4	5	6

Согледуваат дека збир 38 даваат 6 монети од по 5 денари и 4 монети од по 2 денари.

5 група: Учениците формираат парови чиј збир е 10 од 5 монети и 2 монети. На секој формиран пар ја пресметуваат вредноста на збирот.

(1,9) вредност 23 (една монета од 5 денари и 9 монети од 2 денари)
(2,8) -/- 26 (2 монети од 5 денари и 8 монети од 2 денари)
(3,7) -/- 29 ...
(4,6) -/- 32 ...
(5,5) -/- 35 ...
(6,4) -/- 38 ...

Според тоа, имало 6 монети од по 5 денари и 4 монети од по 2 денари.

ЗАДАЧА 2:

Во еден салон има 10 автомобили и трицикли. Колку автомобили и трицикли има ако заедно имаат 36 тркала?

Пет групи ученици решавале на различни начини, а потоа го споделиле своето решение со останатите групи.

1 група: Учениците формираат низи од броеви со чекор 4 и чекор 3 (според бројот на тркалата соодветно).

4, 8, 12, 16, 20, 24 28

3, 6, 9, 12, 15, 18, 21

Учениците ги откриваат и ги обележуваат членовите од низите што даваат збир 36.

Имало 6 автомобили и 4 трицикли.

2 група: Учениците ги откриваат и ги запишуваат содржателите на броевите 4 и 3.

4, 8, 12, 16, 20, 24, 28

3, 6, 9, 12, 15, 18, 21

Содржатели коишто имаат збир 36 се 24 и 12. Биле 6 автомобили и 4 трицикли.

3 група: Учениците претпоставуваат дека сите возила се автомобили со 40 тркала. Го намалуваат бројот на автомобили со замена на трицикли сè додека не се добие број на тркала со збир 36. Согледуваат дека имало 6 автомобили и 4 трицикли.

4 група: Учениците изготвуваат хартиени ленти.

1	2	3	4	5	6
4	8	12	16	20	24

3	6	9	12	15	18
1	2	3	4	5	6

Согледуваат дека збир 36 даваат броевите 24 и 12.

5 група: Учениците формираат парови со збир 10 возила од по 4 и 3 тркала. На секој формиран пар ја пресметуваат вредноста.

(1,9)	вредност	31	(1 автомобил и 9 трицикли)
(2,8)	-/-	32	
(3,7)	-/-	33	
(4,6)	-/-	34	
(5,5)	-/-	35	
(6,4)	-/-	36	

Според тоа, имало 6 автомобили и 4 трицикли.

3.2.
ЗАДАЧИ КОИ СЕ РЕШАВААТ НА ПОВЕЌЕ НАЧИНИ

ЗАДАЧА 1:

Возот влегол во тунел за 15 секунди. Додека последниот вагон излегол од тунелот поминала уште половина минута. Колкава е должината на возот и со која брзина се движи возот ако должината на тунелот е 300 метри?

ОЧЕКУВАНИ РЕШЕНИЈА ВО 4-ТО ОДДЕЛЕНИЕ:

Решение 1 Користење на должината на тунелот

Возот влегол во тунелот за 15 секунди, почнал да излегува по 15 секунди, а излегол по 30 секунди. Заклучуваме дека две должини на возот се колку должината на тунелот. Според тоа, возот е долг 150 метри.

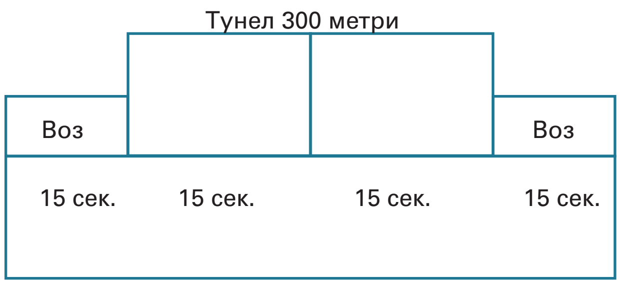
Бидејќи возот влегол за 15 секунди, тогаш секоја секунда влегувал по 10 метри, односно брзината на возот е 10 метри во секунда.

Решение 2 Избор на една точка од локомотивата и користење низа

Нека се избере една точка од локомотивата. Тогаш од влегувањето, па сè до излегувањето на таа точка поминуваат 30 секунди, а поминат е пат од 300 метри. Според тоа, возот за една секунда поминува пат од 10 метри. Формираме низа од поминат пат: 10, 20, 30, 40, ...150......, што значи возот е долг 150 метри и има брзина од 10 метри во секунда.

Решение 3 Решение со цртеж/графички приказ, а може да се користи техниката „модел на прачки“ и манипулативи

Според текстот, може да се формира следниот цртеж:



На два воза одговараат 300 метри. Според тоа, возот е долг 150 метри, а 300 метри поминува за 30 секунди. Значи, за 1 секунда поминува 10 метри, т.е. брзината е 10 метри во секунда.

Решение 4 Воведување непозната и решавање преку единица време

Нека $\square$ или x е непознатата должината на возот. Тогаш за 1 секунда возот изминува $\frac{1}{15}x$, за 2 секунди $\frac{2}{15}x$, ... , за 30 секунди $\frac{30}{15}x = 2x = 300$. Добиваме x = 150 метри. Сега за една секунда добиваме $\frac{1}{15}\square 150 = 1$. Значи, брзината на возот е 10 метри во секунда, а должината на возот е 300 метри.

ОЧЕКУВАНИ РЕШЕНИЈА ВО 5-ТО ОДДЕЛЕНИЕ:

Решение 5. Воочување на која било точка од возот

Ако воочиме која било точка од возот кој има брзина y, а должина x, тогаш $30y = 300$, а $y = 10$, т.е. брзината на возот е 10 метри во секунда. Должината на возот е $x = 15y = 150m$.

Решение 6. Користење на патот што возот го поминува за 1 секунда

За 1 секунда возот поминува $\frac{1}{15}$ од неговата должина x или $\frac{1}{30}$ од 300 (должината на тунелот). Според тоа, $\frac{1}{15}x = \frac{1}{30} \cdot 300$, $x = 150$.

Должината на возот е 150 метри, а брзината 10 метри во секунда.

ОЧЕКУВАНИ РЕШЕНИЈА ВО 6-ТО ОДДЕЛЕНИЕ:

Решение 7. Изедначување на брзината на возот

Нека x е должината на возот, а y брзината на возот. Тогаш брзината е

$y = \frac{x}{15}$ è $y = \frac{x+300}{45}$. Според тоа,

$$\frac{x}{15} = \frac{x+300}{45}$$

$$\frac{3x}{45} = \frac{x+300}{45}$$

$$3x = x + 300$$

$$2x = 300$$

$$x = 150$$

Според тоа, возот е долг 150 метри, а брзината на возот е 10 метри во секунда.

Решение 8. Изедначување на должината на возот

Нека y е брзината на возот, а x е должината на возот. Тогаш за должината на возот запишуваме:

$$x = 15y \text{ или } x = 45y - 300 \text{ добиваме}$$

$$45y-15y=300$$

$$30y=300$$

$$y=10$$

Брзината на возот е 10 метри во секунда, а должината е 150 метри.

Решение 9. Комбинирање на две равенства

Нека x е должината на возот, а y е брзината на возот. Тогаш имаме:

$$x=15y \text{ и } x+300=45y.$$

$$15y + 300 = 45y$$

$$15y + 300 - 15y = 45y - 15y$$

$$300 = 45y - 15y$$

$$30y = 300$$

$$y = 10$$

Брзината на возот е 10 метри во секунда, а должината е 150 метри.

Решение 10. **Користење на должина на возот**

Нека x е должина на возот. Тогаш 3 должини на возот се $300+x$, односно

$$3x=300+x$$
$$2x=300$$
$$x=150$$

Возот е долг 150 метри, а брзината е 150:15=10 метри во секунда.

Решение 11. **Користење на размер**

Ако x е должина на возот, а y негова брзина, тогаш $\frac{x}{y}=15$, односно $\frac{x}{y}=\frac{15k}{k}$ што значи

$$x=15k$$
$$y=k$$

Бидејќи $45y=x+300$, имаме $45k=15k+300$

$$30k=300$$
$$k=10$$

Имаме $x=15\cdot 10=150m$ е должината на возот, а $y=10m$ во секунда е брзината на возот.

Решение 12. **Користење на проценти**

Нека 15 секунди одговара на 100% и нека x е должината на возот.

На една секунда одговара $\frac{100}{15}\%=\frac{20}{3}\%$

На 30 секунди одговара $30\cdot\frac{20}{3}\%=200\%$

200% од x е $2x=300$

$x=150m$

Според тоа, должината на возот е 150 метри, а брзината е 10 метри во секунда.

ЗАДАЧА 2:

Дедо и внук заедно имаат 65 години. По колку години има секој од нив ако внукот има онолку месеци колку што дедото има години?

ОЧЕКУВАНИ РЕШЕНИЈА ВО 4-ТО ОДДЕЛЕНИЕ:

Решение 1. **Користење на табела**

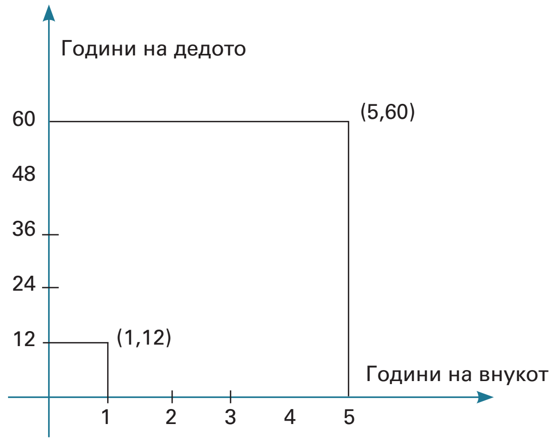
Ако x се годините на дедото, y годините на внукот, а нивниот збир е 65, при што годините на дедото се 12 пати повеќе од годините на внукот, тогаш се добива следната табела:

y	1	2	3	4	5
x	12	24	36	48	60
$x+y$	13	26	39	52	65

Дедото има 60 години, а внукот има 5 години.

Решение 2. Користење на координатна шема

Ако *x* се годините на дедото, а *y* годините на внукот, добиваме:



Решение 3. Користење на содржатели

Некои x è y се годините на дедото, односно на внукот. За нив важи $\frac{x}{y} = \frac{12}{1}$

Содржатели на 12 се: 12, 24, 36, 48, 60, 72.

Содржатели на 1 се: 1, 2, 3, 4, 5, 6.

Согледуваме дека дедото има 60 години, а внукот 5 години.

ОЧЕКУВАНИ РЕШЕНИЈА ВО 5-ТО ОДДЕЛЕНИЕ:

Решение 4: Користење на сооднос

Ако годините на дедото ги означиме со *x*, а годините на внукот со *y*, тогаш добиваме:

$x + y = 65$ и $x = 12y$ односно $\frac{x}{y} = \frac{12}{1} = \frac{12k}{k}$ т.е. $\begin{matrix} x = 12k \\ y = k \end{matrix}$

Според тоа,

$$12k + k = 65$$
$$13k + 65$$
$$k = 5$$

Дедото има 60 години, а внукот има 5 години.

Решение 5: Изедначување на годините на дедото

Означуваме дека дедото има *x* години, а внукот има *y* години. Од условот $x + y = 65$ годините на дедото се $x = 65 - y$. Од условот дека дедото има години колку што внукот има месеци добиваме $x = 12y$.

Сега имаме:

$$12y = 65 - y$$
$$12y + y = 65 - y + y$$
$$13y = 65$$
$$y = 5$$

Внукот има 5 години, а дедото има 60 години.

Решение 6: Изедначување на годините на внукот

Означуваме *x* години на дедото, а *y* години на внукот.

Добиваме: $y=\frac{x}{12}$ и $y=65-x$

Имаме:

$$65-x=\frac{x}{12} \text{ односно } x=780-12x$$
$$x+12x=780-12x+12x$$
$$13x=780$$
$$x=60$$

Дедото има 60 години, а внукот има 5 години.

Решение 7: Користење на поврзаност меѓу непознатите

Ако со *x* ги означиме годините на дедото, а со *y* годините на внукот, добиваме:
$x+y=65$ и $x=12y$, односно

$$12y+y=65$$
$$13y=65$$
$$y=5$$

Внукот има 5 години, а дедото има 60 години.

Решение 8: Комбинирање на две равенства

Ако со *x* ги означиме годините на дедото, а со *y* годините на внукот, добиваме:

$$\begin{cases} x+y=65 \\ x=12y \end{cases} \qquad \begin{matrix} x+y=65 \,/\, \text{множиме со } 12 \\ 12x+12y=780 \quad \text{односно } 12x+x=780 \end{matrix}$$
$$13x=780$$
$$x=60$$

Дедото има 60 години, а внукот има 5 години.

Решение 9: Претставување на возраста во месеци

Нека *x* е возраста на дедото во месеци, а *y* возраста на внукот во месеци.
Добиваме: $x+y=780$ и $x=12y$
Односно: $12y+y=780$

$$13y=780$$
$$y=60$$

Внукот има 60 месеци, т.е. 5 години, а дедото има 780 – 60 = 720 месеци, т.е. 60 години.

Решение 10: Претставување на годините на внукот преку годините на дедото

Нека со *x* ги означиме годините на дедото, тогаш годините на внукот се $65-x$.
Имаме: $x=12(65-x)$

$$x=780-12x$$
$$13x=780$$
$$x=60$$

Дедото има 60 години, а внукот 5 години.

Решение 11: Изразување на годините на дедото преку годините на внукот

Нека годините на внукот ги означиме со *y*, тогаш дедото има $65-y$ години.
Имаме:

$$65-y=12y$$
$$65-y+y=12y+y$$
$$13y=65$$
$$y=5$$

Вукот има 5 години, а дедото 60 години.

ОЧЕКУВАНИ РЕШЕНИЈА ВО 6-ТО ОДДЕЛЕНИЕ:

Решение 12: Користење на еднаквост меѓу годините на дедото и месеците на внукот

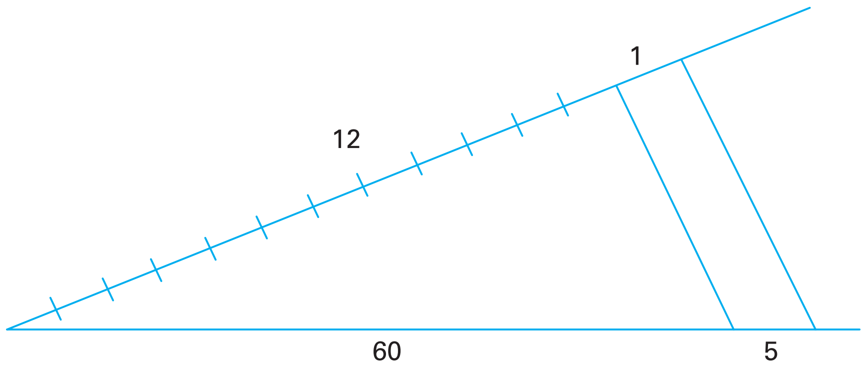
Нека дедото има *x* години, а внукот има *y* месеци.
Имаме: $12x+y=780$

$$12y+y=780$$
$$13y=780$$
$$y=60$$

Внукот има 60 месеци, а дедото има 60 години, односно 720 месеци.

Решение 13: Користење на соодност и делење на отсечка

Нека дедото има *x* години, а внукот *y* години, тогаш односот $\frac{x}{y}=\frac{12}{1}$. Отсечката од 65*cm* ја делиме во односот 12:1.



Дедото има 60, а внукот 5 години.

Решение 14: Користење на равенка и табела

Ако со *x* ги означиме годините на дедото, а со *y* ги означиме годините на внукот, добиваме $x+y=65$ и уште $x-12y=0$ (бидејќи дедото има години колку што внукот има месеци). Со собирање на равенствата добиваме $2x=65+11y$.

Претставуваме со следната табела:

y	1	2	3	4	5
x	38	/	44	/	60
$x+y$	39	/	47	/	65

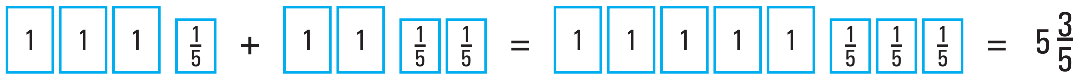
Внукот има 5 години, а дедото има 60 години.

ЗАДАЧА 3:

Ана и Петар собирале две дропки $3\frac{1}{5}+2\frac{2}{5}$ и понудиле повеќе начини на собирање.

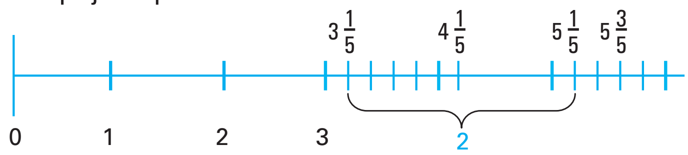
ОЧЕКУВАНИ РЕШЕНИЈА ВО 4-ТО ОДДЕЛЕНИЕ:

Решение 1. Користење на визуелно претставување $3\frac{1}{5}+2\frac{2}{5}$

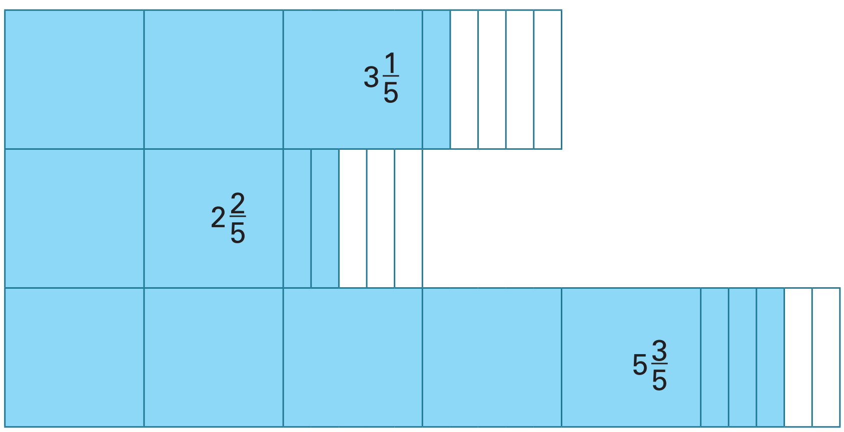


Решение 2. Користење на бројна полуправа

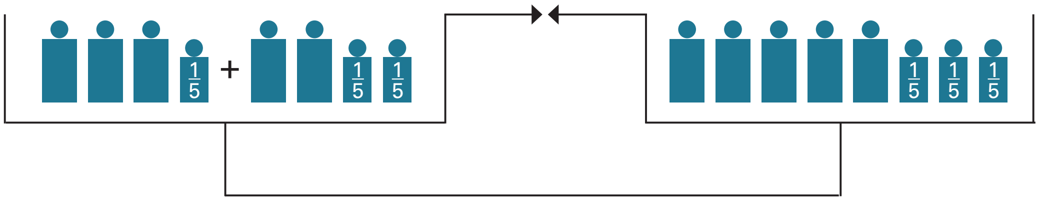
Претставување на бројна права



Решение 3. Користење на графичко претставување на дропки



Решение 4. Користење на вага



Решение 5. Собирање посебно цели, а посебно делови од цели

$$3\frac{1}{5}+2\frac{2}{5}=3+2+\frac{1}{5}+\frac{2}{5}=5+\frac{3}{5}=5\frac{3}{5}$$

Решение 6. Претворање на мешани броеви во дропки

$$3\frac{1}{5}+2\frac{2}{5}=\frac{16}{5}+\frac{12}{5}=\frac{28}{5}=5\frac{3}{5}$$

Решение 7. Комбинирање на дропки и мешани броеви

$$3\frac{1}{5}+2\frac{2}{5}=3+\frac{1}{5}+\frac{12}{5}=3+\frac{13}{5}=3+2\frac{3}{5}=5\frac{3}{5}$$

Решение 8. Комбинирање на дропки и мешани броеви

$$3\frac{1}{5}+2\frac{2}{5}=\frac{16}{5}+2+\frac{2}{5}=\frac{18}{5}+2=3\frac{3}{5}+2=5\frac{3}{5}$$

ОЧЕКУВАНИ РЕШЕНИЈА ВО 5-ТО ОДДЕЛЕНИЕ:

Решение 9. Користење на децимални броеви

$$3\frac{1}{5}+2\frac{2}{5}=3+\frac{1}{5}+2+\frac{2}{5}=3+0,2+2+0,4=5+0,6=5,6=5\frac{6}{10}=5\frac{3}{5}$$

Решение 10. Користење на децимални броеви

$$3\frac{1}{5}+2\frac{2}{5}=\frac{16}{5}+\frac{12}{5}=3,2+2,4=5,6=5\frac{6}{10}=5\frac{3}{5}$$

Решение 11. Користење на проценти

$$3\frac{1}{5}+2\frac{2}{5}=\frac{16}{5}+\frac{12}{5}=\frac{320}{100}+\frac{240}{100}=\frac{560}{100}=5\frac{60}{100}=5\frac{3}{5}$$

ОЧЕКУВАНИ РЕШЕНИЈА ВО 6-ТО ОДДЕЛЕНИЕ:

Решение 12. Комбинирање на проценти и децимални броеви

$$3\frac{1}{5}+2\frac{2}{5}=3+2+\frac{1}{5}+\frac{2}{5}=3+0,2+40\%=5+\frac{2}{10}+40\%=5+\frac{20}{100}+40\%=5+20\%+40\%=$$

$$=5+60\%=5+\frac{60}{100}=5+\frac{3}{5}=5\frac{3}{5}$$

Решение 13. Користење на проценти

$$3\frac{1}{5}+2\frac{2}{5}=3+\frac{1}{5}+2+\frac{2}{5}=\frac{300}{100}+\frac{20}{100}+\frac{200}{100}+\frac{40}{100}=300\%+20\%+200\%+40\%=560\%=$$

$$=\frac{560}{100}=5\frac{3}{5}$$

Решение 14. Користење на проценти

$$3\frac{1}{5}+2\frac{2}{5}=3+\frac{1}{5}+2+\frac{2}{5}=3+20\%+2+40\%=5+60\%=5+\frac{60}{100}=5+\frac{3}{5}=5\frac{3}{5}$$

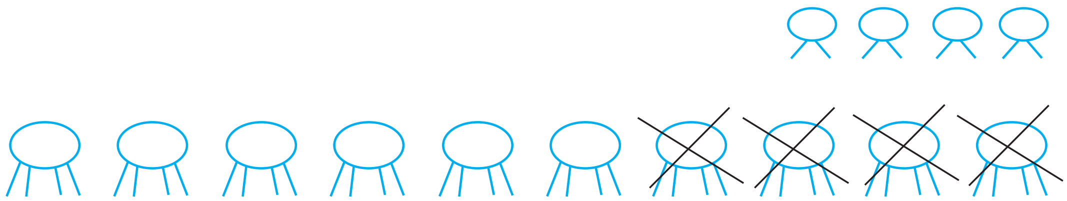
ЗАДАЧА 4.

Во еден кафез има фазани и зајаци. Ако ги броиш главите ќе изброиш 10 глави, а ако ги броиш нозете ќе изброиш 32 нозе. Колку зајаци и колку фазани има во кафезот?

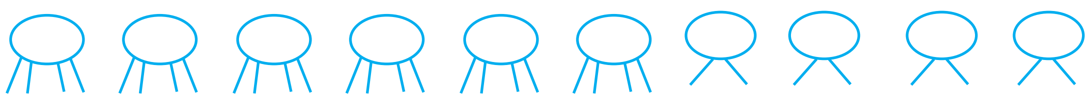
ОЧЕКУВАНИ РЕШЕНИЈА ВО 4-ТО ОДДЕЛЕНИЕ:

Решение 1. Се користи претпоставката дека сите се зајаци

Нека сите животни во кафезот се зајаци - како на конкретниот цртеж:



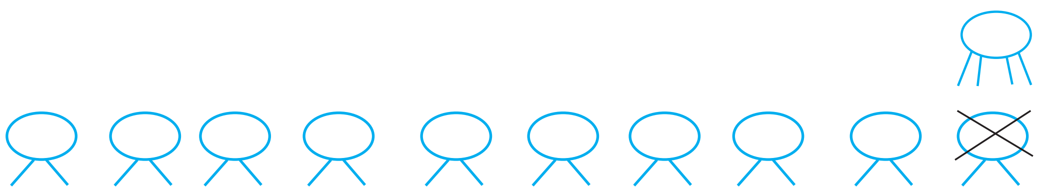
Има 10 глави и 40 нозе. Еден зајак го претвораме во фазан. Сега има 10 глави и 38 нозе. Постапката ја продолжуваме додека не добиеме 32 нозе. Се добива следната состојба:



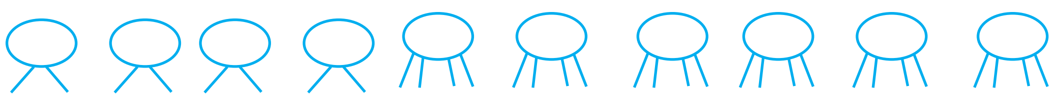
Во кафезот имало 6 зајаци и 4 фазани.

Решение 2. Се користи претпоставката дека сите се фазани

Нека сите во кафезот се фазани.



Има 10 глави и 20 нозе. Претвораме 1 фазан во зајак. Сега има 10 глави и 22 нозе. Постапката ја продолжуваме уште пет (5) пати додека добиеме 32 нозе, и се добива следната состојба:



Во кафезот имало 4 фазани и 6 зајаци.

Решение 3. Користење табела

Бидејќи бројот на зајаците и фазаните е природен број, решаваме со табела.

Зајаци	1	2	3	4	5	6	6 зајаци
Фазани	9	8	7	6	5	4	4 фазани
Вкупно нозе	22	24	26	28	30	32	

Решение 4. Се користат низи: чекор 2 и чекор 4.

На картон означуваме 10 поделци (глави) и соодветен број на нозе, посебно за зајаци и посебно за фазани.

Зајаци	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Нозе	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40

Нозе	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
Зајаци	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

Лентите од картон ги поставуваме една под друга и со движење откриваме каде ќе има 10 глави и 32 нозе.

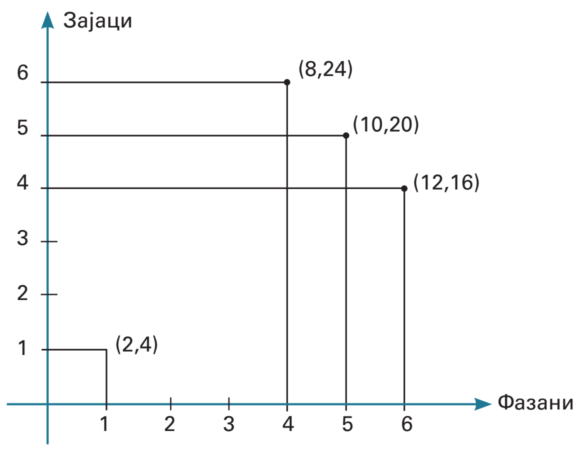
Зајаци	1	2	3	4	5	6		
Нозе	4	8	12	16	20	24		
	Нозе		2	4	6	8	10	12
	Зајаци		1	2	3	4	5	6

Согледуваме дека има 6 зајаци и 4 фазани.

ОЧЕКУВАНИ РЕШЕНИЈА ВО 5-ТО ОДДЕЛЕНИЕ:

Решение 5. Се користат подредени парови од нозе

Со координатна шема А ги пишуваме како подредени парови бројот на нозете онаму каде што збирот на главите е 10.



Имало 6 зајаци и 4 фазани.

Решение 6. Изразување на бројот на фазани преку зајаците

Нека x е бројот на зајаци, тогаш фазани ќе има $10-x$. Бидејќи еден зајак има 4 нозе, а фазанот има 2 нозе, запишуваме:

$$4x+2(10-x)=32$$
$$4x+20-2x=32 \qquad / \text{ Од двете страни одземаме по 20}$$
$$4x+20-20-2x=32-20$$
$$4x-2x=12$$
$$2x=12$$
$$x=6$$

Имаме 6 зајаци и 4 фазани.

Решение 7. Изразување на бројот на зајаци преку фазаните

Нека y е бројот на фазани. Тогаш зајаци ќе има $10-y$. Бидејќи еден зајак има 4 нозе, а еден фазан 2 нозе, можеме да запишеме:

$$4(10-y)+2y=32$$
$$40-4y+2y=32$$
$$40-32-4y+4y-2y+2y=4y-2y$$
$$8=4y-2y$$
$$4y-2y=8$$
$$y=4$$

Имало 4 фазани и 6 зајаци.

Решение 8. Изразување на бројот на нозе на фазаните преку бројот на нозе на зајаците

Нека x е бројот на нозете од сите зајаци. Тогаш $32-x$ ќе бидат нозете на сите фазани. Бидејќи бројот на главите е 10, а зајакот има 4 нозе и фазанот има 2 нозе, можеме да запишеме:

$$\frac{x}{4}+\frac{32-x}{2}=10 \qquad / \text{ множиме со 4}$$
$$x+2(32-x)=40$$
$$x+64-2x=40$$
$$64-40=2x-x$$
$$2x-x=64-40$$
$$x=24$$

Имало 24 : 4 = 6 зајаци и 8 : 2 = 4 фазани.

Решение 9. Изразување на бројот на нозе на зајаците преку нозете на фазаните

Нека y се нозете на сите фазани. Тогаш $32-y$ се нозете од сите зајаци. Бидејќи во кафезот има 10 глави, можеме да запишеме:

$$\frac{32-y}{4}+\frac{y}{2}=10$$
$$32-y+2y=40$$
$$2y-y=40-32$$
$$y=8$$

Имало 8 : 2 = 4 фазани и 24 : 4 = 6 зајаци.

ОЧЕКУВАНИ РЕШЕНИЈА ВО 6-ТО ОДДЕЛЕНИЕ:

Решение 10. Користење еквивалентни равенки

Нека x е бројот на зајаци, а y бројот на фазани. Тогаш запишуваме:

$\begin{cases} x+y=10 \\ 4x+2y=32 \end{cases}$. Со собирање на равенките добиваме $5x+3y=42$.

Бројот на нозете на зајаците и фазаните се природни броеви претставени во следната табела:

y	1	2	3	4	Имало 6 зајаци и 4 фазани.
x	/	ʼ	7	6	

Решение 11. Користење на еквивалентни равенства

Нека x е нозете од сите зајаци, а y нозете од сите фазани.

Бидејќи вкупниот број на нозете е 32, а вкупниот број на главите е 10, може да се запише:

$\begin{cases} x+y=32 \\ \frac{x}{4}+\frac{y}{2}=10 \end{cases}$, т.е $\begin{cases} x+y=32 \\ x+2y=40 \end{cases}$ Со собирање на равенствата се добива $2x+3y=72$

Бројот на нозете на зајаците и фазаните се природни броеви претставени во следната табела:

y	2	4	6	8	8 : 2 = 4 фазани
x	33	30	27	24	24 : 4 = 6 зајаци

Решение 12. Комбинирање на две равенства

Нека x е бројот на зајаци, а y е бројот на фазани во кафезот. Бидејќи има 10 глави и 32 нозе, добиваме:

$\begin{cases} x+y=10 \\ 4x+2y=32 \end{cases}$ / множиме со 4 $\qquad \begin{cases} 4x+4y=40 \\ 4x+2y=32 \end{cases}$

Првата равенка ја запишуваме:

$$4x+2y+2y=40$$
$$32+2y=40$$
$$2y=8$$
$$y=4$$

Имало 4 фазани и 6 зајаци.

Решение 13. Комбинирање на две равенства

Нека *x* е бројот на зајаци, а *y* бројот на фазани во кафезот. Бидејќи има 10 глави и 32 нозе, добиваме:

$$\begin{cases} x+y=10 & \text{/ множиме со 2} \\ 4x+2y=32 \end{cases} \qquad \begin{cases} 2x+2y=20 \\ 4x+2y=32 \end{cases}$$

Втората равенка се запишува: $2x+2x+2y=32$

$$2x+20=32$$
$$2x=12$$
$$x=6$$

Имало 6 зајаци и 4 фазани.

Решение 14. Користење и добивање на поврзаност меѓу непознатите

Нека *x* е бројот на зајаци, а *y* бројот на фазани во кафезот. Бидејќи има 10 глави и 32 нозе, добиваме:

$$\begin{cases} x+y=10 \text{ / множиме со } 16 \\ 4x+2y=32 \text{ множиме со } 5 \end{cases}$$

$$\{16x+16y=160 \text{ / ја одземаме првата равенка од втората}$$

$$20x+10y=160 \quad \text{и добиваме}: 4x-6y=0$$

$$4x=6$$

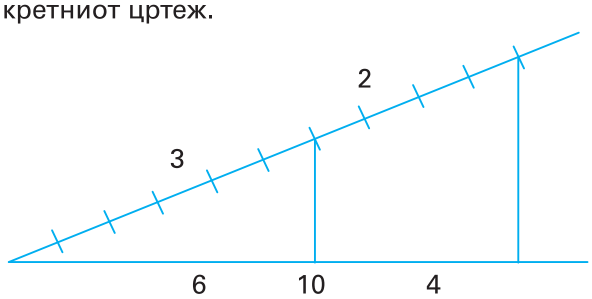
$$2x=3y$$

Изразот $2x=3y$, запишан во дропката е $\frac{x}{y}=\frac{3}{2}$. Ако претпоставиме дека дропката е скратена со бројот *k*, запишуваме $\frac{x}{y}=\frac{3k}{2k}$. Согледуваме дека: $x=3k, y=2k$. Ако во равенството $x+y=10$ замениме за *x* и за *y* $3k$, односно $2k$, добиваме:

$$5k=10$$
$$k=2$$

Имало 6 зајаци и 4 фазани.

До истиот резултат доаѓаме ако отсечката со должина 10 ја поделиме во однос $\frac{3}{2}$, претставено на конкретниот цртеж.



Имало 6 зајаци и 4 фазани.

ЗАДАЧА 5:

Одреди дропка еднаква на $\frac{5}{7}$ на која збирот од броителот и именителот е 48.

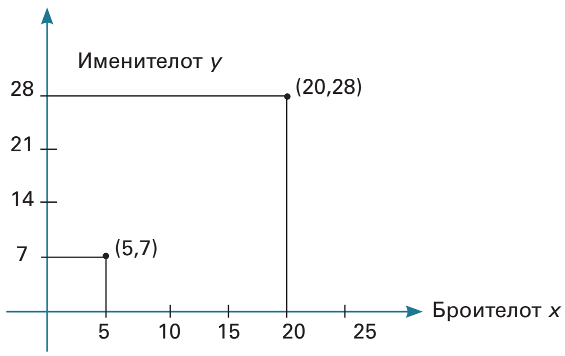
ОЧЕКУВАНИ РЕШЕНИЈА ВО 4-ТО ОДДЕЛЕНИЕ:

Решение 1. Користење низа со чекор 5 и чекор 7

Нека вредноста на дропката е $\frac{x}{y}=\frac{5}{7}$. Формираме низи со чекор 5 и чекор 7 и го согледуваме збирот 48.
Имаме:

Дропката е $\frac{20}{28}$.

Решение 2. Користење на координатна шема



Дропката е $\frac{20}{28}$.

Решение 3. Користење на содржатели

Вредноста на дропката е $\frac{5}{7}$.

Содржатели на 5 се: 5, 10, 15, 20, 25, 30, ...Содржатели на 7 се: 7, 14, 21, 28, 35,.......

Збир 48 даваат само содржателите 20 и 28. Според тоа, дропката е $\frac{20}{28}$.

ОЧЕКУВАНИ РЕШЕНИЈА ВО 5-ТО ОДДЕЛЕНИЕ:

Решение 4. Користење соодност

Нека броителот е *x* а именителот *y*, тогаш $\frac{x}{y}=\frac{5k}{7k}$, т.е. $x=5k$, $y=7k$

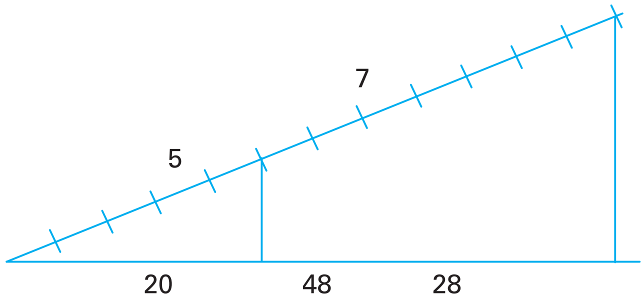
Бидејќи $x+y=48$, имаме:

$$5k+7k=48$$
$$12k=48$$
$$k=4$$

Односно $x=20$, $y=28$. Дропката е $\frac{20}{28}$.

Решение 5. Користење на соодност

Нека броителот на дропката е *x*, а именителот *y*. Тогаш $\frac{x}{y}=\frac{5}{7}$ Отсечката со должина 48 ќе ја поделиме во однос 5:7, односно:



Дропката е $\frac{20}{28}$.

Решение 6. Користење табела

Нека вредноста на дропката е $\frac{x}{y}=\frac{5}{7}$, од каде што добиваме $7x-5y=0$ и нека $x+y=48$. Со собирање на равенствата добиваме $8x-4y=48$, односно $2x-y=12$, т.е. $y=2x-12$

Составуваме табела:

y	1	2...	20	
x	/	/	28	
$x+y$			48	

Дропката е $\frac{20}{28}$.

ОЧЕКУВАНИ РЕШЕНИЈА ВО 6-ТО ОДДЕЛЕНИЕ:

Решение 7. Изразување на броителот преку именителот

Нека именителот е x. Тогаш броителот ќе биде $48-x$, па имаме

$\frac{48-x}{x}=\frac{5}{7}$ односно $5x=7(48-x)$

$$5x=336-7x$$
$$12x=336$$
$$x=336:12$$
$$x=28$$

Дропката е $\frac{20}{28}$.

Решение 8. Изразување на именителот преку броителот

Нека броителот е y. Тогаш именителот ќе биде $48-y$, па имаме

$\frac{y}{48-y}=\frac{5}{7}$, односно $7y=5(48-y)$

$$7y=240-5y$$
$$7y+5y=240-5y+5y$$
$$12y=240$$
$$y=20$$

Дропката е $\frac{20}{28}$.

Решение 9. Изразување преку именителот на дропката

Бидејќи вредноста на дропката е $\frac{x}{y}=\frac{5}{7}$,
имаме $7x=5y$ и уште x+y=48 / множиме со 7

$$7x+7y=336$$
$$12y=336$$
$$y=28$$

Дропката е $\frac{20}{28}$.

Решение 10. Изразување преку броителот на дропката

Бидејќи вредноста на дропката е $\frac{x}{y}=\frac{5}{7}$,

имаме $7x=5y$ и уште $x+y=48$ / множиме со 5

$$5x+5y=240$$
$$5x+7x=240$$
$$12x=240$$
$$x=20$$

Дропката е $\frac{20}{28}$.

3.3.
ДАДЕН Е ЕДЕН НАЧИН НА РЕШАВАЊЕ - РЕШЕТЕ НА ШТО Е МОЖНО ПОВЕЌЕ НАЧИНИ

1. Еден ученик требало на некој број да му го додаде бројот 45. Меѓутоа, тој во бројот 45 ги заменил местата на цифрите. За колку неговиот збир се разликува од точниот резултат?
Решение: $x+54-(x+45)=9$

2. Кај некои двоцифрени броеви збирот на цифрите со кои тие се напишани е 10. Одреди ја разликата на најголемиот и на најмалиот таков број.
Решение: $91-19=72$

3. Растојанието помеѓу два полжава е 30 метри. Тие тргнале да одат во ист правец еден кон друг. Првиот поминал 7 метри, а другиот 2 метри повеќе од него. Колкаво е растојанието помеѓу нив?
Решение: $30-(7+2)=21$ или $x+9=30$
$x=21$

4. На една ливада се засадени садници од јаболка и 32 од праски. Да се засадеа уште 3 садници јаболка , тогаш би биле изедначени. Колку вкупно садници се засадени на таа ливада?
Решение: $32-3+32=29+32=61$

5. Марија во една продавница потрошила 17 денари, во друга 5 денари повеќе, а во трета потрошила колку во првите две заедно. Колку пари потрошила Марија?
Решение: $17+17+5+(17+17+5)=17+22+39=78$

6. Шалот е за три денари поевтин од капата, а за два денари поскап од ракавиците. Колку чини капата, а колку чинат ракавиците, ако цената на шалот е 61 денар?
Решение:

Шал	Капа	Ракавици
x	$x+3$	$x-2$
61	64	59

7. Во една продавница испорачани се 45 врећички прашок, а во втора и трета продавница 80. Колку врећички прашок се испорачани во втората, а колку во третата продавница, ако во третата се испорачани 10 врећички помалку од првата продавница?
Решение:

I	II	III
45	80	
	45	35

8. Тројца работници копаат канал. Првиот ископал 3 метри помалку од вториот, а 4 метри повеќе од третиот. Колку метри ископале сите тројца заедно, ако вториот работник ископал 21 метар?

Решение:

I	II	III
x	x+3	x-4

x+3=21

x=18

18+21+14=53

9. Еден ученик прочитал книга од 80 страници за 4 дена. Првиот ден прочитал 2 страници помалку од вториот, а третиот ден прочитал три страници повеќе од вториот. Колку страници ученикот прочитал секој ден, ако првиот ден прочитал 22 страници?

Решение:

I	II	III	IV
x	x+2	x+5	

22+24+27+x=80

73+x=80

x=7

I	II	III	IV
22	24	27	7

10. Разликата на два броја е 33. Кога помалиот од нив би бил уште толку, тогаш разликата би била 5. Одреди ги тие броеви.

Решение: $x-y=33$ Добиваме: $5+2y=33+y$

$x-2y=5$ $y=28$

Броевите се 61 и 28.

11. Оваа година мајката, таткото и нивниот син заедно имаат 68 години, мајката и синот 36 години, а мајката и таткото 62 години. Колку години имал таткото кога му се родил синот?

Решение: М + С = 36 62+ С = 68

М + Т = 62 С = 6

М = 30

Т = 32

12. Ако некој број се намали за збирот од броевите 24 и 17, се добива разлика од броевите 91 и 84. Кој е тој број?

Решение:

$$x-(24+17)=91-84$$

$$x=41+7$$

$$x=48$$

13. Еден ученик имал толку пари така што ако купи тетратка ќе му останат 25 денари, а ако купи молив ќе му останат 40 денари. Една тетратка чини околу 2 молива. Колку чини моливот, колку тетратката и колку пари имал ученикот?

Решение: $x+25=y+40$

$2y+25=y+40$

$y=15$

Моливот чинел 15 денари, тетратката 30 денари, а ученикот имал 55 денари.

14. Мајката е три пати постара од синот. Синот имал 10 години. Колку години имала мајката кога го родила синот?

Решение: М С

$3x$ x

30 10

30 – 10 = 20 години.

15. Кога двократната вредност на некој број ќе ја зголемиме за пет (5) пати ќе ја добиеме трократната вредност на тој број. Кој е тој број?

Решение: $2x+5=3x,\ x=5$

16. Книгата е два пати поскапа од тетратката, а тетратката е два пати поскапа од моливот. Цената на моливот е 2 ипол денари. Колку е цената на тетратката, а колку е на книгата?

Решение: $к=2т$ $т=2м=5$

$к=10$ $м=2{,}5$

17. Еден ученик има толку пари колку да може да купи 3 тетратки и да му остане 1 денар, а за да купи 4 тетратки му недостасуваат 6 денари. Колку пари има ученикот?

Решение: $3x+1=4x-6$

$x=7$ денари чини една тетратка.

$3x+1=22=4x-6$

Ученикот има 22 денари.

18. За еден ручек е потрошено пет (5) пати повеќе отколку за еден појадок. Колку е потрошено за ручекот и за појадокот ако за појадокот една кифла чини 2 денари, а еден јогурт 3 денари?

Решение: $2+3=5$

$5\cdot 5=25$

$25+5=30$ денари.

19. Еден лонец вреди колку 4 капаци и 4 денари. Колку вредат лонецот и капакот ако само капакот вреди 9 денари?

Решение: $l=4k+4$

$l=36+4=40$ $k=9$

$l+k=49$ денари

20. Две чаши јогурт вредат како 1 литар млеко. Ако една чаша јогурт е 4 денари, колку треба да се плати за 2 литри млеко и 3 чаши јогурт?

Решение: $2 \cdot 4 = 8$

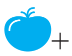
$3 \cdot 4 = 12$

2 литри млеко $+ 3$ чаши јогурт$= 2 \cdot 8 + 3 \cdot 4 = 28$ ден.

21. За еден килограм круши треба да се платат 2 денари повеќе отколку за 2 килограми јаболка. Колку треба да се плати за 3 килограми јаболка и 2 килограми круши ако цената на 1 килограм јаболка е 8 денари?

Решение:

1кгр.  = 2 + 2 кгр. 

3 кгр.  + 2 кгр.  = 24 + 36 = 60 ден.

22. Една книга е два (2) пати поскапа од тетратката и моливот заедно. Колку е платено за книгата и тетратката, ако цената на моливот е 5 денари, а тетратката е поевтина за 1 денар од 25 молива?

Решение: к = 2(т+м) м = 5

к = 2·(9+5) = 28 т = 9

к + т = 37 ден.

23. Во еден двор има два пати повеќе прасиња од гуски. Колку нозе имаат прасињата и гуските заедно ако во дворот има 9 гуски?

Решение: 9г = 18 нозе.

18п = 72 нозе.

Заедно имаат 90 нозе.

24. На три полици се наредени книги. На првата и втората имало 15 книги повеќе од третата. На првата полица има 6 книги помалку од втората. Колку книги има на сите три полици ако на втората има 30 книги?

Решение:

I	II	III
24	30	39

93 книги.

25. Да е родена 4 години пред своето раѓање, мајката би била пет пати постара од својата ќерка. Колку години има мајката ако ќерката има 8 години?

Решение: $x + 4 = 5y \quad y = 8$

$x = 40 - 4$

$x = 36$

26. Колку ќе се добие ако претходникот на трикратната вредност на бројот 11 се зголеми за двократна вредност на следбеникот на таа трикратна вредност?
Решение: $3 \cdot 11 - 1 + 2 \cdot 34 = 32 + 68 = 100$

27. Летале две јата чавки. Едното јато на другото му рекло: „Со нас да е уште една чавка ќе бидеме четири пати повеќе од вас!". Другото јато му одговорило: „А да е со нас таа чавка ќе бидеме точно 10". Колку чавки има во двете јата?
Решение: $x + 1 = 4y$
$10 = y + 1$
$y = 9$
$x = 4 \cdot 9 - 1 = 35$

28. Еден ученик во двата џеба има ист број џамлии. Ако од едниот џеб премести во другиот 7 џамлии, тогаш во тој џеб би имал два пати повеќе од првиот џеб. Колку џамлии има ученикот во двата џеба?

Решение: $x + 7 = 2(x - 7)$
$2x - x = 21$
Во двата џеба ученикот имал 42 џамлии.

29. Една работничка работи седум (7) пати побрзо од друга. Бавната работничка изработила 9 производи. Колку производи повеќе изработила брзата работничка?
Решение: $7 \cdot 9 - 9 = 54$

30. До целта на атлетичарот му останале уште 10 метри. Колку е долга патеката, ако тој претрчал осум (8) пати повеќе отколку што му преостанало?
Решение: $10 + 8 \cdot 10 = 90$ метри.

31. Во еден ден се продале шест (6) пати повеќе кифли со сирење од кифлите со џем. Биле направени по 50 кифли. Од кифлите со џем останале уште 43. Колку останале од кифлите со сирење?
Решение: 50 с 50 џ
42 + 8 7 + 43 Останале 8 кифли со сирење.

32. Во еден албум има девет (9) пати повеќе слики на глумци отколку на музичари, додека од сликите на музичари има за 3 повеќе од сликите на спортисти. По колку слики ќе има од глумците и од музичарите, ако од спортистите има 8?
Решение: г = 9м сп + 3 = м
г = 9·11= 99 м = 8 + 3 = 11
г + м = 99 + 11 = 110

33. Некој број прво е удвоен, а потоа е одредена петкратна вредност на добиениот број. Добиен е бројот 75. Дали е направена грешка?
Решение: x, 2x, 10x=75
7,5; 15; 75 Нема грешка.

34. Сокот е седум (7) пати поскап од шишето. Колку треба да се плати за 2 шишиња сок, ако цената на шишето е 5 денари.

Решение: с = 7ш ш = 5

с = 35

2с = 70 ден.

35. Еден ученик купил 3 тетратки по цена од 5 денари и 1 книга која е осум (8) пати поскапа од тетратките. Му останале пари за уште две тетратки. Колку пари имал ученикот?

Решение: $3\cdot 5+8\cdot 15+2\cdot 5=145$

36. Еден човек поминал на училиште два (2) пати повеќе, а на работното место пет (5) пати повеќе години отколку што имал пред училиште, додека веќе 3 години е во пензија. Колку години има тој човек ако имал 8 години кога почнал на училиште?

Решение: $8+2\cdot 8+5\cdot 8+3=8+16+40+3=67$

37. На спротивните краеви на еден мост долг 50 метри стоеле една мравка и една желка. Желката за една минута поминала 5 дм, додека мравката е десет (10) пати побрза од желката. Тие тргнале една спроти друга. Дали ќе се сретнат за 8 минути ако непрекинато се движат?

Решение: 50 м

5 50

$$55\cdot 8=440$$

$$40+400=440$$

Нема да се сретнат.

38. Врапчињата од една гранка им зацрцореле на врапчињата од соседната гранка: „Кога вашето најмало врапче би долетало кај нас, тогаш ќе бидеме за осум (8) пати повеќе од вас“. На тоа другите врапчиња им одговориле: „Да сме толку колку што сме, ќе бидеме 18“. Колку врапчиња има на двете гранки?

Решение:

$$x \qquad y=18$$

$$x+1=8(y-1)$$

$$x+1=8\cdot 17$$

$$x=135 \qquad x+y=153$$

39. На една полица има 12 книги. Кога 2 книги од друга полица би се преместиле во првата, тогаш и на првата и на втората полица ќе има ист број книги. На трета полица има три (3) пати повеќе книги отколку на првата и втората полица. Колку книги има на сите три полици?

Решение:	I	II	III
	12	x	3(16+12)
	14	x – 2	3 · 28 = 84
	x = 16	84 + 12 + 16 = 112 книги.	

40. Оваа година синот има 11 години. Следната година таткото ќе има три пати повеќе години од синот. Колку години има таткото?

Решение: Т = 3·12 = 36 години.

41. Мајката е пет (5) пати постара од синот, а 5 години помлада од таткото. Синот има 7 години. За колку години синот е помлад од таткото?

Решение: м = 5·7 = 35

т = 40

т – с = 33 години.

42. Еден ученик ја прочитал книгата до половина и до крајот му останало уште 32 страници. Колку страници има книгата?

Решение: $32+32=64$

43. Еден ученик прочитал 17 страници од една книга. Да прочитал уште 7 страници до крајот би му останало уште половина од книгата. Колку страници има книгата?

Решение: $17+7+24=48$ страници

44. Еден патник кога ќе помине половина пат и уште 2 километри до целта ќе му останат уште 7 километри. Колкав е тој пат?

Решение: $2\cdot(2+7)=2\cdot 9=18$

45. Кога некој број ќе го намалиме за 4 десетки ќе ја добиеме неговата половина. Колкава е четвртината на тој број?

Решение: $x-40=\dfrac{x}{2}$

$x=80$

$\dfrac{x}{4}=20$

46. Кога половината на некој број ќе ја зголемиме за 23 ќе се добие исто кога тој број ќе го намалиме за 12. Кој е тој број?

Решение: $\dfrac{x}{2}+23=x-12$

$x+46=2x-24$

$x=70$

47. На кој број половината и четвртината му се разликуваат за 9?

Решение: $\frac{x}{2}-\frac{x}{4}=9$

$$\frac{x}{4}=9 \quad x=36$$

48. Во една чинија имало бонбони. Братот земал една четвртина од сите бонбони, а сестрата 9. Забележале дека во чинијата останале точно уште толку бонбони колку што тие двајцата земале. Колку бонбони имало во чинијата?

Решение: $x-\frac{1}{4}x-9=\frac{1}{4}x+9$

$$x-\frac{1}{2}x=18$$

$$\frac{x}{2}=18$$

$$x=36$$

49. Еден трговец продал 24 килограми јаболка, што е за 6 килограми повеќе од четвртината на вкупната количина. Колку јаболка останале?

Решение: $\frac{1}{4}x=24-6 \quad x=72$

Останале 72 – 24 = 48 килограми.

50. Минатата година синот имал една четвртина од годините на таткото. Оваа година синот има 11 години. Колку години има таткото?

Решение: $x-1=\frac{1}{4}(y-1)$

$$11-1=\frac{1}{4}(y-1)$$

$$y-1=40$$

$$y=41$$

Таткото има 41 година.

51. Ако четвртината на некој број му ја зголемиме за 6, ќе се добие исто кога половината на тој број ќе ја намалиме за 1. Кој е тој број?

Решение: $\frac{x}{4}+6=\frac{x}{2}-1$

$$x=28$$

52. Мира има 80 денари. За кукла дала една четвртина од парите, а за слатки половина од остатокот. Колку чини куклата, а колку слатките?

Решение: $k = \frac{1}{4} \quad 80 = 20$ денари.

$c = \frac{1}{2} \quad 60 = 30$ денари.

53. Еден планинар требало да помине пат долг 32 километри. Првиот ден поминал половина од патот, а вториот ден една четвртина од остатокот. Колку километри му останале на планинарот до крајот на патот?

Решение: $\frac{x}{2} = 16; \quad \text{останале } 16$

$\frac{1}{4} \text{ од } 16 = 4$

$32 - 20 = 12km$

54. Марко половина од своите џамлии му дал на Симе, четвртина на Аце, 5 џамлии му дал на Филип, а за себе задржал само 6 џамлии. Колку џамлии имал Марко?

Решение: $\frac{x}{2} + \frac{1}{4}x + 5 + 6 = x$

$2x + x + 44 = 4x$

$x = 44$ џамлии.

55. За еден молив е платено 6 денари. Колку е платено за една тетратка ако една четвртина од тетратката вреди како една половина од моливот?

Решение: $\frac{1}{4}y = 3 \quad y = 12$ денари.

56. Гумичката вреди колку една половина од моливот, кој, пак, за 1 денар е поевтин од четвртината од тетратката. Ако моливот чини 6 денари, колку чини гумичката, а колку тетратката?

Решение: М = 6 ден.

Г = 3 ден.

$\frac{\text{Т}}{4} - 1 = 6$

Т = 28 денари.

57. Пишуваме број така што природните броеви: 1, 2, 3... ги пишуваме редоследно еден позади друг. Така добиваме: 123456789101112... Која цифра се наоѓа на 1996-то место?

Решение: Прво запишуваме 9 едноцифрени броеви, па после 90 двоцифрени броеви. За тој дел на нашиот број употребено е $9 \cdot 1 + 90 \cdot 2 = 189$ броеви, а последниот напишан број е 99. Понатаму допишуваме трицифрени броеви. Нив ги има вкупно 900, што изнесува уште 2700 цифри. Очигледно е дека 1996-тата цифра припаѓа на еден од допишаните трицифрените броеви. Со запишувањето на 190 цифри започнуваат трицифрените броеви. Бидејќи $1996 = 1 \cdot 9 + 2 \cdot 90 + 3 \cdot 602 + 1$, следува дека бараната цифра е првата цифра на шестотини и третиот трицифрен број. Шестотини и третиот трицифрен број е 699, а шестотини и третиот е 702. Бараната цифра е 7.

58. Кој е најмалиот природен број кој има збир на цифри 100?

Решение: Бараниот број ќе биде најмал ако бројот на цифрите му е најмал. За да може збирот на цифрите да го даде бараниот број (во овој случај бројот е 100), треба да се земе што повеќе цифри 9, а најмалата цифра да се постави на прво место. Бидејќи $100 = 11 \cdot 9 + 1$, бараниот број е 199999999999.

59. Со која цифра завршува производот на првите 2016 непарни броеви?

Решение: Меѓу овие броеви е и бројот 5, а производот од кој било непарен број и бројот 5 завршува со цифрата 5. Значи, бараниот број завршува со цифрата 5.

60. Која е петтата цифра од десно, во резултатот (производот) од следното множење: $6 \cdot 7 \cdot 8 \cdot \ldots \cdot 28 \cdot 29$?

Решение: Меѓу дадените броеви се: 8, 10, 15, 20 и 25. Бидејќи $8 \cdot 10 \cdot 15 \cdot 20 \cdot 25 = 600000$, нашиот производ завршува со пет нули, па според тоа бараниот број е 0.

61. Броевите 25, 26, 27, ..., 55, 56 подели ги во четири групи, така што збировите на броевите во сите групи меѓусебно да бидат исти.

Решение: Воочуваме дека $25 + 56 = 26 + 55 = 27 + 54 = \ldots = 81$. Вакви збирови има 16. Треба да се направат четири групи со по четири вакви збира. На пример, едната група е: 25, 26, 27, 28, 53, 54, 55, 56 итн.

62. За два молива и пет тетратки треба да се платат 11 денари, а за осум моливи и две тетратки 8 денари. Одреди ја цената на моливот и тетратката.

Решение: Од првиот услов пронаоѓаме дека осум моливи и дваесет тетратки чинат 44 денари. Бидејќи, според вториот услов, осум моливи и две тетратки чинат 8 денари, заклучуваме дека цената на осумнаесет тетратки е 36 денари. Според тоа, цената на една тетратка е 2 денари, а цената на еден молив е половина денар.

63. За половина тетратка треба да се плати еден денар повеќе отколку за половина молив, а за три моливи треба да се плати еден денар повеќе отколку за две тетратки. Колку треба да се плати за моливот, а колку за тетратката?

Решение: Ако за една половина тетратка треба да се плати еден денар повеќе отколку за една половина молив, тогаш за две тетратки треба да се платат четири денари повеќе отколку за два молива. Бидејќи, според вториот услов, ако за три моливи треба да се плати еден денар повеќе отколку за две тетратки, тогаш следува дека за три моливи треба да се платат 5 денари повеќе отколку за два молива. Значи, цената на моливот е 5 денари, а цената на тетратката е 7 денари.

64. Во еден двор имало кокошки и овци, имало вкупно 40 глави и 130 нозе (сите кокошки и овци биле здрави и живи). Колку има кокошки, а колку има овци?

Решение: Кога во дворот би имало само 40 кокошки, тогаш вкупниот број нозе би бил 80. Меѓутоа, избројани се 50 нозе повеќе, што значи дека имало и 25 овци. Имало 15 кокошки.

65. На еден стол има три свеќи со еднаква должина, но со различна дебелина. Елена во 8 часот запалила една свеќа, а после еден саат ги запалила и останатите две свеќи. Еден саат подоцна првата и третата свеќа се изедначиле по должина. Кога ќе биде изедначувањето по должина на првата и втората свеќа, ако третата свеќа целата ќе изгори за 8 часа, а втората свеќа за 12 часа?

Решение: Првата и третата свеќа се изедначиле по должина бидејќи првата горела 2 часа, а втората 1 час. Првата свеќа, значи, гори два пати побавно од третата, па целосно ќе изгори за 16 часа. Првата свеќа за 4 часа ќе изгори една четвртина од својата должина. За тоа време втората свеќа ќе гори 3 часа и, исто така, ќе изгори една четвртина од својата должина. Тогаш овие две свеќи ќе се изедначат по должина.

66. После определениот број работни денови за изградбата на еден индустриски објект, работниците ја забрзале својата работа така што секои 3 дена работа ја скратиле на 2 дена. Ако целата работа била завршена за 70 дена наместо за 90 дена, колку дена работниците работеле забрзано?

Решение: Со забрзаната работа рокот бил скратен за 20 дена, што значи наместо 60 дена ($3 \cdot 20$) се работело 40 дена ($2 \cdot 20$). Значи, забрзано се работело 40 дена (после 30 дена работа со нормално темпо).

67. На оддалеченост од 125 метри едно куче забележало зајак и потрчало по него. Во истиот момент зајакот се стрчал да бега. Во еден скок зајакот прескокнувал половина метар, а кучето по 2 метра. Освен тоа, додека зајакот скокал седум пати, кучето скокало по два пати. Колку метра претрчало кучето од моментот кога го здогледало зајакот до моментот кога го фатило?

Решение: Додека зајакот ќе скокне четиринаесет (14) пати, кучето ќе скокне четири (4) пати. За тоа време зајакот ќе претрча 7 метри, а кучето 8 метри. Значи, за да може да го намали растојанието до зајакот за еден метар, кучето ќе мора да претрча 8 метри, а за да го достигне мора да претрча $125 \cdot 8 = 1000$ метри.

68. Патнички воз се движи со брзина од 48 км на час и се разминува со брз воз кој се движи во спротивен правец со брзина од 72 км на час. Машиновозачот на патничкиот воз забележал дека брзиот воз покрај него поминувал точно 6 секунди. Колкава е должината на композицијата на брзиот воз?

Решение: Релативната брзина во однос на машиновозачот е 120 km/час, т.е. (48 + 72) km/час. За една минута брзиот воз покрај машиновозачот би поминал 120000 : 60 = 2000 метри, а за 6 секунди поминува композицијата на брзиот воз која има должина од 200 метри.

69. Одреди го најголемиот природен број кај кого кои било две последователни цифри го одредуваат број делив со 23.
Решение: Двоцифрени броеви кои се деливи со 23 се: 23, 46, 69 и 92. Број на кого секои две последователни цифри одредуваат број делив со 23 може да почне со 2, 4, 6 или 9. Тоа се броевите: 23, 46923, 6923 и 923. Најголем од нив е бројот 46923.

70. Нека збирот од четири броја е 208. Ако на првиот број му се додаде 3, на вториот му се одземе 3, третиот да се помножи со 3, а четвртиот да се подели со 3, секогаш се добива ист резултат. Одреди ги овие четири броја.
Решение: Нека најмалиот трет број е означен со x. Кога четвртиот број ќе го поделиме со 3 добиваме $3x$. Значи, четвртиот број е $9x$. Првиот е $3x - 3$, а вториот е $3x + 3$. Збирот на сите четири броеви е $3x - 3 + 3x + 3 + x + 9x = 208$. Од тоа произлегува дека е $x = 13$. Бараните броеви се 36, 42, 13 и 117.

71. На Бранкица ѝ е кажан збирот од два едноцифрени (природни) броја, а на Валентина ѝ е познат збирот на нивните квадрати. Помеѓу овие две девојчиња се води следниот разговор:

ВАЛЕНТИНА: Јас не знам кои се тие броеви.
БРАНКИЦА: Нивниот збир е поголем од 10.
ВАЛЕНТИНА: Сега знам кои се тие броеви.

Кои се тие два броја?
Решение: Од првата изјава на Валентина заклучуваме дека постојат два пара едноцифрени броеви кои имаат ист збир на квадратите. Лесно се утврдува дека едниот пар го сочинуваат броевите 1 и 8, а вториот 4 и 7, бидејќи е ($1^2 + 8^2 = 65 = 4^2 + 7^2$).

72. Две пријателки, Вера и Нада, кои заедно оделе во основно училиште и учествувале на математичките натпревари, се сретнале во Скопје пред училиштето на нивните деца. Вера се сетила дека денес ѝ е роденден на Нада и ја бакнала честитајќи ѝ го родендендот. Нада се заблагодарила и рекла:

„Интересно е што денес и моите три ќерки ги слават своите родендени“.

„Навистина“, се зачудила Вера. „А колку се стари?“, прашала таа.

„Производот од броевите на нивните години е 36, а збирот на тие броеви е ист со бројот на училишната зграда“, одговорила Нада.

Вера го погледнала бројот и слегнала со рамениците, бидејќи врз основа на тоа што го чула и видела не можела да ја одреди возраста на девојчињата.

„Најстарата, Милена, многу сака математика“, рекла Нада.

„Убаво“, одговорила Вера. „Сега знам колку се стари твоите ќерки.“

Како Вера успеала да ги пресмета годините на девојчињата?

Решение: Производот на броевите од годините на девојчињата може да биде 36 во следните случаи: $1\cdot1\cdot36$, $1\cdot2\cdot18$, $1\cdot3\cdot12$, $1\cdot4\cdot9$, $1\cdot6\cdot6$, $2\cdot2\cdot9$, $2\cdot3\cdot6$, $3\cdot3\cdot4$. Вера не можела да ги одреди годините на девојчињата, иако знаела математика и го знаела збирот на броевите од годините (куќниот број на училишната зграда). Тоа значи дека имало еднакви збирови. Еднаков збир имаме само во два случаи $1 + 6 + 6 = 2 + 2 + 9 = 13$. Бидејќи Милена е најстарата ќерка, значи, годините на девојчињата се: 2, 2, 9. Во друг случај нема најстара ќерка.

73. Марко купил неколку моливи по 12 денари и неколку тетратки по 6 денари. Продавачот му наплатил 124 денари. Како Марко знаел дека продавачот погрешно пресметал?

Решение: Ако Марко купил m моливи и n тетратки, тогаш треба да плати $12m + 6n = 3(4m + 2n)$ денари. Тоа е број делив со 3, а бројот 124 не е делив со 3.

74. Кога природниот број n ќе се подели со 3 има остаток 1, а ако го поделиме со 37 ќе има остаток 33. Колкав ќе биде остатокот од делењето на бројот n со 111?

Решение: Според дадените услови $n = 111q+r$, го бараме r, така што $0 \leq r < 111$. Значи, 111 е делив со 3 и 37, бидејќи $3\cdot37 = 111$, па така r при делењето со 37 дава остаток 33 (тоа е еден од броевите: 33, 70, 107), а при делење со 3 дава остаток 1. Значи, бараниот остаток е $r = 70$.

75. Докажи дека бројот на кого сите цифри му се четворки не е делив со 8.

Решение: Броевите 4 и 44 не се деливи со 8. Ако бројот има повеќе од две цифри, тогаш тој ќе биде делив со 8 само ако 444 е делив со 8, а овој услов не е исполнет.

76. Одреди го најмалиот шестцифрен број, со различни цифри, така што да биде делив со 9.

Решение: Првите пет цифри ги бираме така што бројот да биде минимален, а со шестата цифра ја подесуваме деливоста со 9. Бараниот број е 102348.

77. Одреди го најмалиот четирицифрен број што е делив со 9 и чиј производ на цифрите е еднаков на 180.

Решение: Бројот 180 разложен на прости множители и бројот 1 е: $180 = 2\cdot2\cdot3\cdot3\cdot5(\cdot1)$. Спрема тоа, четирите цифри кои го даваат производот 180, можат да бидат: 2, 2, 5, 9 или 2, 3, 5, 6 или 3, 3, 4, 5 или 1, 4, 5, 9 или 1, 6, 6, 5. Збирот на цифрите е делив со 9 во случаите: 2, 2, 5, 9 и 1, 6, 6, 5, па според тоа, бараниот број е 1566.

78. Најди го најголемиот заеднички делител на сите шестцифрени броеви кои се пишуваат со цифрите: 1, 2, 3, 4, 5, 6, при што во секој број сите цифри се различни.

Решение: Збирот на цифрите на секој од овие броеви е 21, што значи дека сите се деливи со 3. Ќе докажеме дека бројот 3 е најголем баран заеднички делител. Ако е d најголем заеднички делител, на пр., за 123465 и 123456, тогаш и разликата на овие два броја е делива со d. Меѓутоа, $123465 - 123456 = 9$. Мора да биде $d = 3$ или $d = 9$. Меѓутоа, ниеден од шестцифрените броеви не е делив со 9, па затоа е $d = 3$.

79. Една правоаголна плоча со димензија од 462*cm* и 726*cm* треба да се пресече на најголем можен број меѓусебно исти квадрати со најголема димензија. Должината на страната на овие квадрати е природен број. Колку квадрати се добиваат?

Решение: Очигледно е дека должината на страните на квадратот е еднаква со најголемиот заеднички делител на броевите 462 и 726, а тоа е 66 *cm.* Вакви квадрати има $7 \cdot 11$, т.е. 77.

80. Три автобуси во 6 часот наутро истовремено тргнале од станицата во три различни правци. Првиот автобус се вратил во станицата после 1 час и 5 минути, а после 10 минути повторно тргнал по истиот патен правец. Другиот автобус се вратил после 56 минути и кренал по истата линија по одморот од 4 минути. Третиот се вратил после 48 минути и по кратко задржување од 2 минути се вратил на редовен возен ред. За кое најкратко време сите три автобуси повторно ќе тргнат од станицата во исто време?

Решение: Помеѓу две поаѓања од станицата поминува 75 минути за првиот автобус, 60 минути за вториот и 50 минути за третиот. Бидејќи НЗС (75, 60, 50) = 300, тоа значи дека после 300 минути, односно после 5 часа, сите автобуси повторно ќе тргнат истовремено од почетната станица.

81. Дедо и внук имаат роденден во ист ден. При прославата на еден роденден дедото дошол до заклучок дека бројот на неговите години е делив со бројот на годините од внукот и дека тоа, исто така, ќе важи за следните пет родендени. Колку години имале дедото и внукот кога дедото тоа го забележал?

Решение: Да претпоставиме дека внукот имал 1 година. Понатаму, ако бројот n е делив со 2, 3, 4, 5 и 6, тогаш е $n + 2$ деливо со 2, $n + 3$ деливо со 3 итн. Значи, кога внукот се родил, дедото имал 60 години (најмал заеднички содржател за 2, 3, 4, 5 и 6). Сега дедото има 61 година, а внукот 1 година.

82. Одреди го најмалиот број кој при делење со 4 дава остаток 2, при делење со 5 дава остаток 3, при делење со 6 дава остаток 4.

Решение: Тоа е бројот НЗС (4, 5, 6) – 2 = 58.

83. Одреди ги сите трицифрени броеви кои при делењето со 7 даваат остаток 2, при делењето со 9 даваат остаток 4 и при делењето со12 даваат остаток 7.

Решение: Решенијата се: 247, 499 и 751.

84. На една маса има книги кои треба да се пакуваат. Кога би ги пакувале по 4, по 5 или по 6, секојпат би останувале по две книги, а кога би ги пакувале по 7, тогаш сите ќе бидат пакувани. Колку книги може најмалку да има на масата?

Решение: 182 книги.

85. Докажи дека шестцифрениот број, на кого сите цифри му се еднакви, е делив со 3, 7, 11, 13 и 37.

Решение: Нека е даден број n кој се пишува со шест цифри x.

Тогаш е $n = x \cdot 111111 = x \cdot 111 \cdot 1001 = x \cdot 3 \cdot 37 \cdot 7 \cdot 11 \cdot 13$.

86. Одреди ги сите трицифрени броеви кои имаат збир на цифрите 10 и се деливи со 11.

Решение: Нека се a, b, c по ред цифри на бараниот број. Тогаш мора $(a + c - b)$ да биде деливо со 11 и $a + b + c = 10$. Следува дека $a + c - b = 0$, т.е. $a + c = b$, па $b = 5$ и $a + c = 5$. Бараните броеви се: 550, 451, 352, 253 и 154.

87. Најди го најмалиот природен број кој помножен со 2 станува квадрат на некој природен број, а помножен со 3 станува куб на некој друг природен број.

Решение: Прости множители на бараниот број се само двојки и тројки. За да добиеме, кога ќе помножиме со 2, квадрат на природен број, бројот на тројки во развојот на бараниот број мора да биде парен, а при множење со 3 да се добие куб, бројот на двојки во развојот мора да биде делив со три. Таков најмал број е $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 = 72$.

88. Напиши го бројот една милијарда како производ од два броја, така што во записот на тие два броја да ја нема цифрата 0.

Решение: Со разложување на прости чинители добиваме: $1000000000 = 2^9 \cdot 5^9$. Нулите во записот на некој број настануваат кога се множат меѓусебе неговите чинители 2 и 5. Значи, треба да се формираат два броја, така што едниот ќе биде составен од двојки, а другиот од петки. Според тоа, $1000000000 = 512 \cdot 1953125$.

89. Производ од два двоцифрени броја е број што е запишан само со четворки. Кои се тие броеви?

Решение: Производот од два двоцифрени броја е поголем од $10 \cdot 10 = 100$, а помал од $100 \cdot 100 = 10000$. Значи, производ од два двоцифрени броја е 4444 или 444. Во првиот случај имаме $4444 = 2 \cdot 2 \cdot 11 \cdot 101$, што не дава решение. Во вториот случај $444 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot = 12 \cdot 37$. Значи, решението на задачата е $12 \cdot 37 = 444$.

90. Јован и Гоце со своите синови отишле да ловат риби. Јован уловил толку риби колку и неговиот син, а Гоце три пати повеќе од својот син. Било уловено вкупно 25 риби. Синот на Јован се вика Ристо. Како се вика синот на Гоце?

Решение: Нека уловените риби на Јован се m. Толку уловил и неговиот син Ристо. Ако синот на Гоце уловил n риби, тогаш Гоце уловил $3n$ риби. Сите заедно уловиле $2m + 4n = 25$. Ова не е можно, бидејќи $2m + 4n$ е парен број, а 25 е непарен број. Единствено може да се дојде до решение ако Јован е син на Гоце. Тогаш го имаме условот:

$m + m + 3m = 25$. Значи, Јован и Ристо уловиле по 5 риби, а Гоце 15.

91. Одреди го правоаголникот со страни чија должина е цел број, а мерните броеви на неговите периметар и плоштина се еднакви (две решенија).

Решение: Едното решение е квадрат со страна 4, а другото е правоаголник со страни 3 и 6.

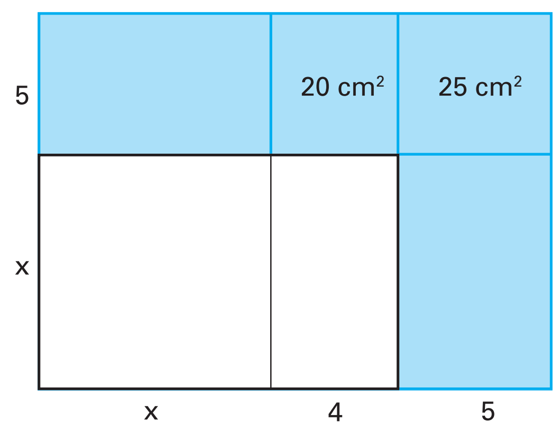
92. Мерниот број на плоштината на квадратот е два пати поголема од мерниот број на неговиот периметар. Колкави се периметарот и плоштината на тој квадрат?
Решение: Да ја означиме должината на страната со x *cm*. Тогаш е $P = 2L$, т.е. $x^2 = 2 \cdot 4x$. Следува дека $x = 8$ *cm*, па периметарот е $L = 32$ *cm,* а плоштината е $P = 64$ cm^2.

93. Околу тревникот во форма на квадрат направена е бетонска патека со ширина од 2 метра. Патеката од двете страни (до тревникот и однадвор) била заштитена со бодликава жица. Вкупно се потрошени 265 метри бодликава жица. Колкава е плоштината на тревникот?
Решение: Да претпоставиме дека должината на тревникот е x метри, исто така и за внатрешните ивици на бетонската патека, додека должината на надворешните ивици на патеката е $(x + 4)$ *m*. За двете огради вкупно е потрошено $4x + 4(x + 4) = 216$ метри бодликава жица. Па, според тоа, е $8x + 16 = 216$, а $x = 25$ метри. Плоштината на тревникот е $P = 25^2 = 625$ m^2.

94. Малата страна на еден правоаголник е пет (5) пати пократка од неговата поголема страна. Колкав е периметарот на овој правоаголник ако плоштината му е 720 cm^2?
Решение: Ако должината на малата страна е x *cm*, тогаш долгата страна е $5x$ *cm.* Од плоштината произлегува дека е $5x \cdot x = 720$, од каде е $x^2 = 144$. Значи, малата страна е 12 *cm*, а големата 60 *cm*. Периметарот е 144 *cm*.

95. Од една хартија која има облик на правоаголник со должина на страните од 4 *cm* и 13 *cm* треба да се исечат десет нееднакви правоаголници. Можат ли сите овие правоаголници да имаат целобројна плоштина изразена во cm^2?
Решение: Ако овие правоаголници би имале различна целобројна плоштина, тогаш дадената хартија имала плоштина поголема или еднаква: $(1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10) = 55$ cm^2. Меѓутоа, нашата хартија не е доволна, бидејќи плоштината ѝ е $P = 4 \cdot 13 = 52$ cm^2.

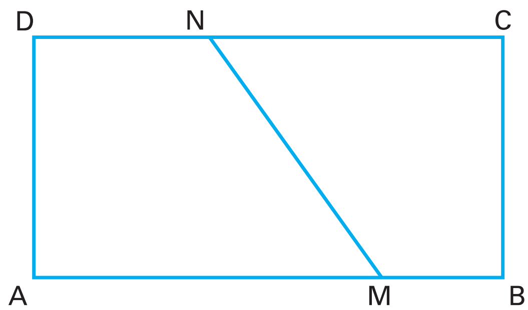
96. Ако две страни на даден правоаголник се зголемат истовремено за 5 *cm*, се добива правоаголник чија плоштина е за 135 cm^2 поголема од плоштината на дадениот. Колкава е плоштината на дадениот правоаголник ако должината му е за 4 *cm* поголема од ширината?



Решение: Да ја означиме со x *cm* должината на помалата страна, тогаш поголемата страна е $(x + 4)$ *cm*. Од исенчениот дел наоѓаме дека е $5x + 20 + 25 + 5x = 135$, т.е. $10x = 90$, па е $x = 9$ *cm*. Плоштината на дадениот правоаголник е 117 cm^2.

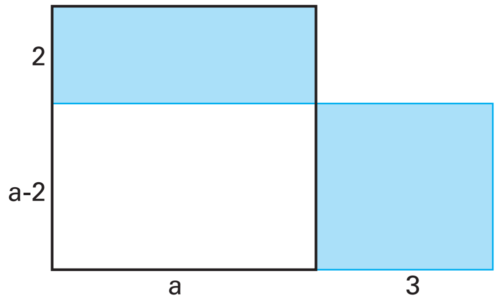
97. Даден е правоаголник *ABCD* со страни чии должини се $\overline{AB} = 8$ *cm* и $\overline{BC} = 5$ *cm.* На страната *AB* одредуваме точка *M* и на страната *BC* одредуваме точка *N*, така што периметарот на четириаголникот *AMND* е 22 *cm*, а периметарот на четириаголникот *MBCN* е 18 *cm*. Колкава е должината на $\overline{MN}$?

Решение: Збирот на периметрите на четириаголниците *AMND* и *MBCN* за $2MN$ е поголем од периметарот на дадениот правоаголник. Значи, $22 + 18 = 26 + 2\overline{MN}$, според тоа $\overline{MN} = 7$ *cm*.



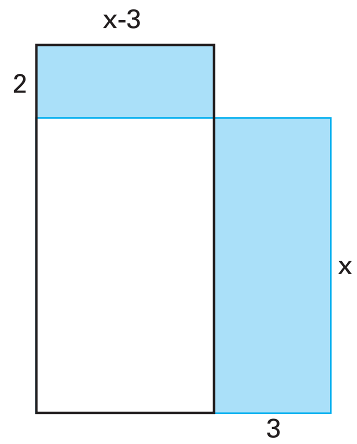
98. Ако едната страна на кавадратот ја намалиме за 2 *cm*, а другата ја зголемиме за 3 *cm*, ќе добиеме правоаголник чија плоштина е еднаква со плоштината на дадениот квадрат. Одреди ја страната на квадратот.

Решение: Од еднаквоста на исенчените површини ја добиваме равенката $2a = 3(a - 2)$, според тоа $a = 6cm$.



99. Ако должината на еден правоаголник се зголеми за 3 *cm*, а ширината се намали за 2 *cm*, ќе се добие квадрат со плоштина која е за 15 *cm* поголема од плоштината на дадениот правоаголник. Одреди ги страните на дадениот правоаголник.

Решение: Очигледно дека ширината на правоаголникот е поголема од должината. Од засенчените површини ја поставуваме равенката $3x = 2(x - 3) + 15$, x *cm* е должината на страните на квадратот. Значи, $x = 9$ *cm,* должината на правоаголникот е 6 *cm*, а ширината е 11 *cm.*



100. Периметарот на еден правоаголник е 2 метра. Кога едната страна ќе му се намали за 10 *cm*, а другата му се зголеми за 10 *cm* ќе се добие квадрат. Колкава е површината на квадратот?

Решение: Периметрите на квадратот и правоаголникот се исти, според тоа должините на страните на квадратот се по 50 *cm*, а површината е 2500 cm^2.

101. За покривање на еден под потребни се 20 правоаголни плочки со димензија од 22 *cm* на 11 *cm*. Колку плочки со облик на квадрат, чии страни се 20 *cm*, би биле потребни за да се покрие истиот под?

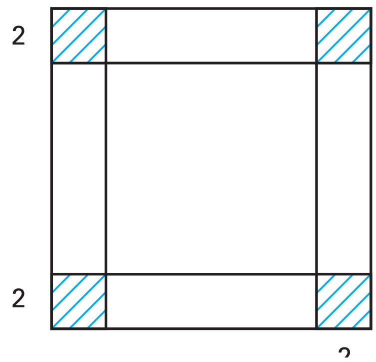
Решение: Површината на подот е $200\cdot(22\cdot 11) = 48400$ cm^2. Површината на квадратните плочки е $20\cdot 20 = 400$ cm^2, па според тоа потребниот број од овие плочки за покривање на подот е 48400 : 400 = 121.

102. Периметарот на еден правоаголник е 72 *cm*, а едната страна е за два пати помала од другата страна. Пресметај ја површината на четириаголникот чии темиња се средини на страните на дадениот правоаголник.

Решение: Ако ги споиме средините со спротивните страни на дадениот правоаголник, ќе се увериме дека површината на бараниот чеиријаголник е еднаква со едната половина од површината на дадениот правоаголник. Од периметарот, изразен преку пократката страна x, добиваме $6x = 72$ *cm*, па според тоа $x = 12$ *cm* итн. Решението е $P = 144$ cm^2.

103. Ако секоја страна на квадратот ја продолжиме преку двете темиња по 2 *cm*, така добиваме фигура во облик на крст. Површината на тој крст е 105 cm^2. Колкава е страната на дадениот квадрат?

Решение: Ако „крстот“ го дополниме со четири исенчени квадрати со површина од 4 cm^2, како што е прикажано на сликтата, ќе ја добиеме страната на квадратот $(x+4)^2=105+4\cdot 4$, односно $(x+4)^2=121$ следува дека $x+4=11$, па страната на квадратот е $x = 7$ cm



104. Квадар, чии рабови се изразени со три последователни природни броеви, има зафатнина од 504 cm^3. Колкава е плоштината на квадарот?

Решение: Бидејќи $504 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 = 7 \cdot 8 \cdot 9$, страните на квадарот се $a = 7$ cm, $b = 8$ cm и $c = 9$ cm. Површината на квадарот е $P = 328$ cm^2.

105. Мерниот број на површината и волуменот на една коцка се еднакви. Колку е работ на таа коцка?

Решение: Од $V = P$, односно од $a^3 = 6a^2$, добиваме $a = 6$.

106. Мерниот број на плоштината на една коцка три пати е поголем од мерниот број на нејзината зафатнина. Колкава е плоштината на коцката?

Решение: Од $6a^2 = 3a^3$ следува дека е $a = 2$, па $P = 24$.

107. Ако работ на коцката се зголеми за 2 cm, тогаш плоштината на коцката ќе се зголеми за 96 cm. Колкава е зафатнината на коцката?

Решение: Зафатнината е 27 cm^3.

108. Имаме три метални коцки со рабови од 3 cm, 4 cm и 5 cm. Ако овие коцки ги претопиме и од добиениот материјал направиме една коцка, колкави се рабовите на новата коцка?

Решение: Зафатнината на новата коцка е еднаква на збирот од зафатнините на дадените коцки. Значи, $V = a = 3^3 + 4^3 + 5^3 = 27 + 64 + 125 = 216 = 6^3$. Работ на новата коцка е 6 cm.

109. Површината на страните на квадарот се: 6 cm^2, 12 cm^2 и 18 cm^2. Пресметај ја зафатнината на квадарот и должината на неговите рабови?

Решение: Нека должината на рабовите се a, b и c. Тогаш е познато дека: $ab = 6$, $ac = 12$ и $bc = 18$. Ако ги помножиме овие равенки, ќе добиеме $a^2b^2c^2 = 1296$, односно: $(abc)^2 = 36^2$. Од тоа произлегува дека е $abc = 36$, т.е. $V = 36cm^3$. Сега од ова е $(abc) : ab = 36 : 6$, добиваме дека $c = 6$ cm. На сличен начин пронаоѓаме дека е $a = 2$ cm и $b = 3cm$.

110. Еден дрвен квадар има рабови со должина од 6 *cm*, 9 *cm* и 18 *cm*. Овој квадар треба да се исече на еднакви коцки така што, по можност, да се добијат најмал број коцки.

Решение: Добиените коцки мора да имаат, по можност, што поголеми рабови, а тоа е најголемиот заеднички делител за броевите 6, 9 и 18, тоа е бројот 3. Значи, работ на секоја коцка е 3 *cm*. Ќе добиеме вкупно 36 коцки.

111. Составувајќи квадар чии рабови се 1 *cm*, 2 *cm* и 3 *cm*, треба да добиеме најмала можна коцка. Колкав е работ на таа коцка? Колку квадри ни се потребни?

Решение: Работ на бараната коцка има должина кој е најмал заеднички содржател за должината на рабовите на квадарот. Тоа е бројот 6. За да добиеме коцка мораме да составиме 216 : 6 = 36 квадри.

112. Познатиот детски писател Луис Керол, кој по занимање бил математичар, во една своја книга напишал ваква задача: „Во една жестока борба 70 од 100 гусари изгубиле по едно око, 75 по едно уво, 80 по една рака и 85 по една нога“. Кој е најмалиот број на гусари што истовремено изгубиле и око и уво и рака и нога? Одговорете на ова прашање.

Решение: Едно око и едно уво изгубиле најмалку 70 + 75 – 100 = 45 гусари. Едно око, едно уво и една рака изгубиле најмалку 45 + 80 – 100 = 25 гусари. Едно око, едно уво, една рака и една нога изгубиле најмалку 25 + 85 – 100 = 10 гусари.

113. Со разместување на буквите од зборот ОЛОВО, колку други зборови од 5 букви можат да се добијат (зборовите не мора да имаат никакво јазично значење)?

Решение: Кога сите букви би биле различни, тогаш би имале $5{\cdot}4{\cdot}3{\cdot}2{\cdot}1$ можности. Меѓутоа, секој распоред на трите букви О, како и да ги распоредуваме, има само едно значење. Тоа значи дека секои $3{\cdot}2{\cdot}1$ распоред на буквата О претставува една можност. Значи, бројот на различните зборови е $\frac{5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}{3\cdot2\cdot1}=20$

114. Седум луѓе треба да се распоредат во три групи, така што во едната да има тројца, а во другите две групи по двајца луѓе. На колку начини можеме тоа да го направиме?

Решение: Ако со *A* ја означиме припадноста на првата група, со *B* на втората и со *C* на третата, тогаш еден од можните избори ќе биде *BAACBAC*. Практично го бараме бројот на различните избори. Значи, имаме вкупно $\frac{7\cdot6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}{(3\cdot2\cdot1)\cdot(2\cdot1)\cdot(2\cdot1)}$, односно 210 начини.

115. На една округла маса на четири места треба да се сместат четири момчиња. Меѓутоа, за тие четири места конкурирале шест момчиња. На колку начини можеме да ги пополниме местата на оваа округла маса?

Решение: Најпрво од шесте момчиња избираме четири. Тоа е можно на $\frac{6\cdot5\cdot4\cdot3}{4\cdot3\cdot2\cdot1}=15$ начини, т.е. може да се изберат 15 различни четворки на момчиња. Секои од овие четворки, како што знаеме, може да се распоредат на 6 начини. Значи, постојат 6·15, т.е. 90 различни можности.

116. Колку квадрати можат да се забележат на шаховска табла која има 64 полиња?

Решение: Со малку труд ќе забележите дека квадрати кои имаат по едно поле се 64, т.е. $8^2 + 7^2 + 6^2 +5^2 + 4^2 +3^2 + 2^2 + 1^2 = 204$.

117. На колку начини можат 6 лица истовремено да се сместат на 6 од 9 прицврстени и со броеви означени столчиња?

Решение: Првото лице има 9 можности. Кога тоа ќе го заземе едното столче, на второто лице му преостануваат 8 можности итн. Вкупниот број на можности е 9·8·7·6·5·4 = 60480.

118. Четири ученици од шесто одделение треба да ги распоредиме во три одделенија. На колку начини можеме да го спроведеме тоа?

Решение: Првиот ученик може да се распореди на 3 начини, вториот, исто така, на 3 начини, а, исто така, и останатите двајца. Решението е 3·3·3·3 = 81 начин.

119. Кога гумената топка слободно паѓа секојпат отскокнува од земјата во висина за $\frac{1}{4}$ помалку од висината од каде што паѓа. Пресметај ја висината од каде што е пуштена топката, ако во третиот отскок ја достигнала висината од 648 *mm*. До која висина ќе достигне топката во петтиот отскок?

Решение: Топката скокнува до висина од *x mm*, ако претходно била на висина од $\frac{4}{3}x\ mm$. Според тоа, ако во третиот отскок имала висина од 648 *mm*, тогаш почетната висина е $\frac{4}{3}\cdot\frac{4}{3}\cdot\frac{4}{3}\cdot648mm$, односно 1536 *mm*. Четвртиот отскок е $\frac{3}{4}\cdot648$, а петтиот е $\frac{3}{4}\cdot\frac{3}{4}\cdot648$, т.е 364,5 *mm*.

120. Душко од еден полн филџан со црно кафе испил $\frac{1}{6}$ и го дополнил со млеко, при што добил бело кафе. Потоа испил $\frac{1}{3}$ од истиот филџан и повторно го дополнил со млеко. Потоа испил $\frac{1}{2}$ филџан и го дополнил до врв со млеко. Најпосле испил сѐ од филџанот. Што повеќе испил Душко, кафе или млеко?

Решение: Душко три пати дополнувал млеко: $\frac{1}{6}+\frac{1}{3}+\frac{1}{2}$ филџан, а тоа е полн филџан. Значи, тој испил еднаква количина млеко и кафе.

121. Морската вода содржи 5% сол. Колку литри обична вода треба да се додаде во 40 литри морска вода за да во водата има 2% сол?
Решение: Во 40 литри морска вода има 2 килограма сол ($40 \cdot 0,05 = 2$). Овие 2 килограма сол ќе претставуват 2% во раствор од 100 литри. Значи, треба да се додадат уште 60 литри вода.

122. Вкупната маса на еден сад наполнет со вода е 2000 грама. Ако истуриме 20% од водата, вкупната маса ќе се намали на 88% од првобитната маса. Одреди ја масата на празниот сад и масата на водата.
Решение: 12% од 2000 грама од масата на полниот сад е $0,12 \cdot 2000$ грама, односно 240 грама, а тоа претставува 20% од масата на водата. Вода има $5 \cdot 240$ грама = 1200 грама. Празниот сад има маса од 800 грама.

123. Од трите означени моливи со *A, B, C,* едниот е црвен, едниот е бел и едниот е син. Одреди кои бои ги имаат овие моливи, само ако едно од трите тврдења е точно: „*A* е црвен", „*B* не е црвен", „*C* не е син".
Решение: Моливот *A* има сина боја, *B* има црвена боја и *C* има бела боја.

124. Мачка и половина за еден ден и половина ќе улови едно глувче и половина. Колку глувчиња ќе уловат 9 мачки за 9 дена?
Решение: Мачка и половина за еден ден и половина ќе улови едно глувче и половина. Шест пати повеќе (т.е. 9) мачки за ден и половина ќе уловат шест пати повеќе (т.е. 9) глувчиња. За шест пати повеќе денови, 9 мачки ќе уловат шест пати повеќе (т.е. 54) глувчиња. Точниот одговор е 54 глувчиња.

125. Како од река ќе извадиме 6 литри вода, ако имаме само две кофи од 4 и од 9 литри?
Решение: Ја полниме кофата од 9 литри, па од неа, со помош на помалата, одлеваме два пати по 4 литри. Потоа преостанатиот 1 литар од поголемата кофа го прелеваме во помалата празна кофа. Повторно со кофата од 9 литри вадиме вода од реката. Конечно, од поголемата кофа ја дополнуваме помалата (вадиме 3 литри од поголемата кофа), и во неа останува 6 литри.

126. Како со помош на садови од 3 и од 5 литри, во сад од 8 литри, ќе можеме да наполниме од реката точно 7 литри вода?
Решение: Го полниме садот од 5 литри и од него го полниме до врв садот од 3 литри. Во првиот сад ќе останат 2 литри. Овие два литри ги истураме во садот од 8 литри и додаваме уште полн сад од 5 литри.

127. Од 3 на изглед потполно еднакви топчиња, едното е малку потешко од останатите. Оваа разлика може да се открие со споредување на вагата без тегови. Покажи како само со едно мерење на оваа вага може да се открие кое топче е најтешко.
Решение: Ставаме на левиот и десниот тас од вагата по едно топче. Ако на вагата е најтешкото топче, тоа ќе натежне на едната страна. Ако вагата е во рамнотежа, тогаш третото топче е најтешко.

128. Од 9 на изглед еднакви жетони, еден е неисправен – малку е полесен од останатите. Како може со две мерења, на вага без тегови, да се открие кој жетон е неисправен?

Решение: Го користиме резултатот на претходната задача. Во првото мерење ставаме на левиот и десниот тас по 3 жетони. Од положбата на вагата лесно заклучуваме која од трите тројки на жетони го има кај себе најлесниот жетон. Потоа постапуваме како во претходната задача.

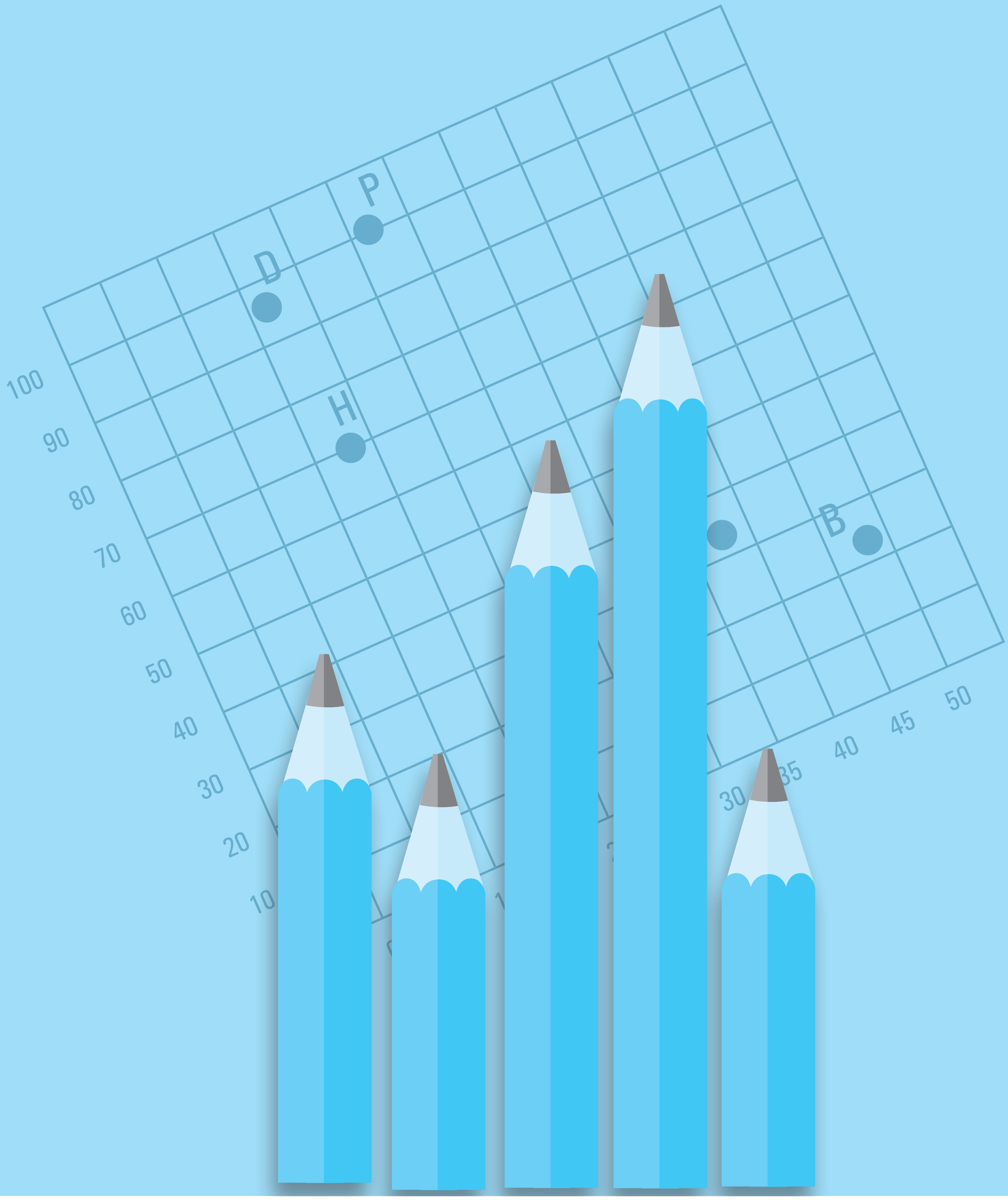
129. Точките *A* и *B* ги дели отсечката *MN* на три отсечки, чии должини се однесуваат како 2:3:4. Растојанието помеѓу средиштата на крајните делови е 30 *cm*. Колкава е должината на отсечката *MN*?

Решение: Од 9 еднакви дела на отсечката *MN*, првата отсечка содржи 2 дела, втората 3 и третата 4. Од средиштето на првата до средиштето на третата отсечка имаме 6 такви дела, што изнесува 30 *cm*. Значи, деветина од должината на отсечката *MN* е 5 *cm*, па должината на отсечката *MN* е точно 45 *cm*.

130. Една петина од аголот α е еднакво на една седмина од неговиот суплементен агол β. Колкав е аголот кој е комплементен со α?

Решение: Една дванаесетина од рамниот агол е 15^0, па е $\alpha = 5\cdot15^0 = 75^0$, а неговиот суплементен агол $\beta = 7\cdot15^0 = 105^0$. Комплемент на аголот α е 15^0.

ПОГЛАВЈЕ 4

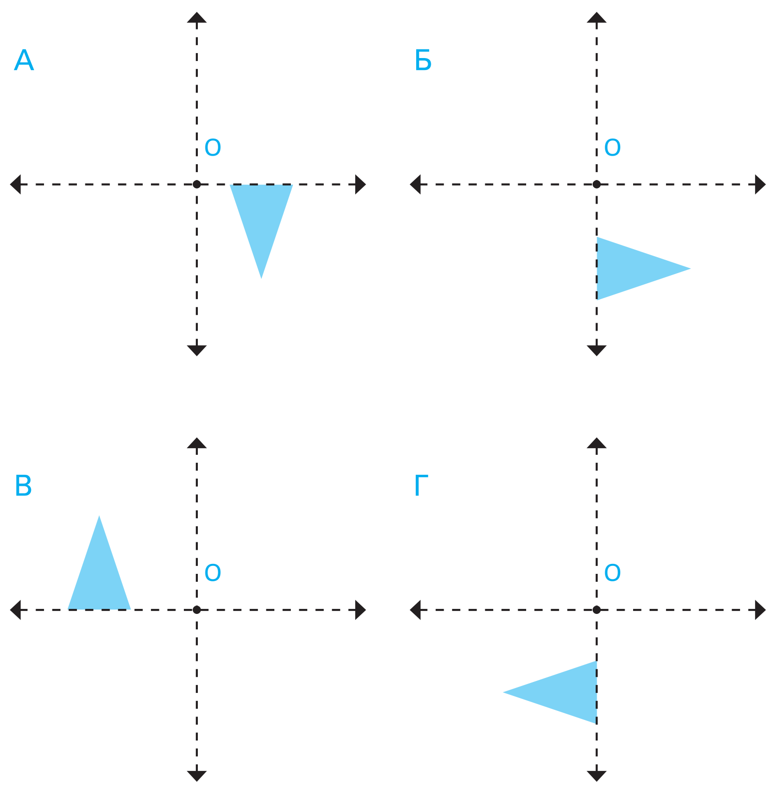


Задачите распоредени во три дела во ова поглавје успешно ќе може да ги реши секој ученик самостојно или со мала поддршка од наставникот, доколку претходно ги решавал задачите од Поглавје 2 и од Поглавје 3.

Во првиот дел се дадени задачи кои биле објавувани во математичкото списание за ученици во основно образование „Нумерус“. За овие задачи е дадено само крајното решение или одговорот на задачата, што му дава слобода на ученикот да ја решава задачата на еден или повеќе начини, кој/кои најмногу му одговара/одговараат. Тука има задачи кои многу ќе потсетуваат на задачите кои се дадени со целосни решенија во Поглавје 3.

Во вториот дел се дадени прашања и задачи кои се користени во меѓународните мерења на постигањата на учениците во кои учествуваше и Република Македонија (ТИМСС), и за овие задачи е даден само точниот одговор.

Последната група задачи, поместена во третиот дел, се подредени по одделенија и на учениците и наставниците ќе им помогнат при подготовката за екстерно тестирање на знаењата на учениците по математика.



4.1.
ЗАДАЧИ ОД „НУМЕРУС“

1. Растојанието од 40 км еден патник го поминал движејќи се определено растојание пеш, а потоа со автобус. Притоа со автобус поминал седум (7) пати подолг пат. Колку километри патникот поминал пеш, а колку со автобус?

Решение: Патникот поминал пеш 5 km, а со автобус 35 km.

2. Кога синот имал 11 години, таткото имал 41 година. Сега таткото е три пати постар од синот. Колку години сега има секој од нив?

Решение: Синот има 15 години, а таткото 45 години.

3. На една права се дадени точките *A, B, C* и *D,* според дадениот редослед. Пресметај го растојанието меѓу средишните точки на отсечките *AB* и *CD*, ако $\overline{AD}=7cm$ и $\overline{BC}=3cm$.

Решение: 5 *cm*.

4. Над кракот на рамнокракиот триаголник е конструиран рамностран триаголник. Обиколката (периметарот) на рамнокракиот триаголник изнесува 34 *cm*, а на рамностраниот 36 *cm.* Пресметај ја основата на рамнокракиот триаголник.

Решение: Основата на рамнокракиот триаголник е 10 *cm.*

5. Количникот на два броја е 32. Ако деленикот се зголеми за 800, а делителот остане ист, се добива количник 48. Кои се тие броеви?

Решение: Тие броеви се 1600 и 50.

6. Во две буриња има вкупно 105 литри вода. Ако од првото буре се преточат 40 литри во второто, тогаш во второто буре ќе има два пати повеќе вода отколку во првото. По колку литри вода имало во секое буре на почетокот?

Решение: Во првото буре имало 75 литри вода, а во второто 35 литри вода.

7. Страните на триаголникот *ABC* се *a, b* и *c.* Пресметај го периметарот на триаголникот ако $a + b = 13cm$, $b + c = 15cm$ и $a + c=16cm.$

Решение: $L = 22cm.$

8. За да се нумерираат страниците на една книга употребени се 1134 цифри. Колку страници има книгата?

Решение: 414 страници.

9. Еден ученик помножил некој број со 7 и со 16 и добиените производи ги собрал. Збирот што го добил при тоа изнесува 230. Со кој број ученикот ги помножил броевите 7 и 16?

Решение: $230:(16+7)=10$

10. Мерниот број на обиколката на еден квадрат е број од четвртата десетка на кој збирот на цифрите му е 5. Пресметај ја плоштината на тој квадрат.

Решение: Обиколката е $32cm; a = 32:4 = 8cm; P = 64cm^2$.

11. Еден број е делив со 5, а при делењето со 4, 3 и 2 дава остаток 1. Одреди го најмалиот таков број.

Решение: Бараниот број е 25.

12. Од местата А и Б оддалечени 440*km*, истовремено еден спроти друг тргнале камион и патнички автмобил. По 3 часа патување растојанието меѓу нив било 80 *km*. Пресметај ја брзината на секое од возилата ако брзината на патничкиот автомобил е два пати поголема од брзината на камионот.

Решение: Патничкиот автомобил одел со брзина од 80*km* на час, а камионот со брзина од 40*km* на час.

13. Дадени се 5 природни броја од кои секој нареден е два пати поголем од претходниот. Збирот од најмалиот и најголемиот е за 9 поголем од збирот на другите 3 броја. Кои се тие броеви?

Решение: Нека тие броеви се: x, $2x$, $4x$, $8x$ и $16x$,

$$16x + x = 2x + 4x + 8x + 9$$

$$x = 3$$

Бараните броеви се: 3, 6, 12, 24 и 48.

14. При множење на некој број со 304, ученикот заборавил да множи со нулата и добил помал производ за 67500. Пресметај го точниот производ.

Решение: Точниот производ е 76000.

15. Од местото *A* кон местото *B* тргнал камион што се движел со брзина од 40*km*/час. Два часа подоцна од *B* кон *A* тргнала лесна кола што се движела со брзина од 60*km*/час. Камионот стигнал во местото *B* во исто време кога лесната кола стигнала во *A*. Да се пресмета растојанието меѓу местото *A* и *B*.

Решение: Растојанието од *A* до *B* е 240*km.*

16. Мајката сега има 24 години повеќе од ќерката. По 14 години мајката ќе биде два пати постара од ќерката. Колку години сега има мајката, а колку ќерката?

Решение: Мајката има 34 години, а ќерката 10 години.

17. Дадена е дропката $\frac{43}{53}$. Кој број треба да се одземе од броителот и да му се додаде на именителот на таа дропка за да се добие $\frac{1}{3}$?

Решение: Треба да се одземе бројот 19.

18. Во некој месец три саботи биле во непарен датум. Кој ден од седмицата бил на 24-ти во тој месец?

Решение: Задачата има две решенија: ако сабота е 1, 15 и 29 во месецот, тогаш 24 е понеделник, а ако сабота е 3, 7 и 31, тогаш 24 е сабота.

19. Пресметај ги броевите а и b, ако важи равенството $\frac{a}{6}-\frac{2}{b}=\frac{1}{30}$ и $a, b \in N$.

Решение: Н.З.С. (6,*b*) = 30, $b \in \{5, 15, 30\}$, а условот е задоволен за *a* = 1 и *b* = 15.

20. Едно буре е исполнето со вода до $\frac{5}{6}$ од волуменот. Ако се источат 5 литри, тогаш бурето ќе биде исполнето до $\frac{4}{5}$ од волуменот. Колку литри собира бурето?

Решение: Бурето собира 150 литри вода.

21. Шеќерот поскапел за 25%. Колку килограми шеќер сега можат да се купат за парите за кои пред поскапувањето можеле да се купат 20 килограми шеќер?

Решение: По поскапувањето можат да се купат 16 килограми шеќер.

22. Производот на три броја е 240. Производот на првиот и вториот е 60, а на вториот и третиот е 80. Кои се тие три броеви?

Решение: *a* = 3; *b* = 20; *c* = 4.

23. За нумерирање на страниците на една книга се употребени 360 цифри. Колку страници има книгата?

Решение: 156 страници.

24. Некој петцифрен број еднакво се чита одлево надесно и оддесно налево. Збирот на неговите цифри е 24, а збирот на крајните цифри е 14. Кој е тој број ако средната цифра е најмала?

Решение: 74247 или 75057.

25. Отсечката AB со точката C е разделена на два дела, така што растојанието од средната точка D на отсечката AC (до точката C) е пет пати помала од растојанието од точката D до точката B. Пресметај ја должината на отсечката AB, ако $\overline{AC}=4cm$.

Решение: $\overline{AB}$ = 12*cm*.

26. Со кој број треба да се помножи бројот 5291 за да се добие производ запишан само со шестки?

Решение: 5291·126 = 666666.

27. Колку пати на најголемиот едноцифрен број треба да му се додаде најголемиот двоцифрен број за да се добие најголемиот трицифрен број?

Решение: Десет (10) пати.

28. Збирот на два броја е 370. Ако првиот се зголеми пет пати, а вториот осум пати, тогаш збирот на новодобиените броеви ќе биде 2600. Кои се тие броеви?

Решение: $a=120; b=250$.

29. Нива во форма на правоаголник е заградена со 3 реда жица за што се употребени 600 метри жица. Должината на нивата е за 20m подолга од ширината. Пресметај ја плоштината на нивата.

Решение: $P = 2400m^2$.

30. Еден ученик прочитал една книга за 3 дена. Првиот ден тој прочитал $\frac{1}{3}$ од страниците, вториот ден $\frac{1}{3}$ од преостанатите страници и третиот ден преостанатите 40 страници. Колку страници имала книгата?

Решение: Книгата имала 90 страници.

31. Три другарки заедно имаат 2700 денари. Ако првата ѝ даде на втората 60 денари, а втората на третата ѝ даде 180 денари, тогаш сите ќе имаат еднакви суми. По колку денари имала секоја од нив на почетокот?

Решение: $2700 : 3 = 900;\ \mathrm{I}\ 900 + 60 = 960;\ \mathrm{II}\ 900 + 120 = 1020;\ \mathrm{III}\ 900 - 180 = 720.$

32. Милан е три пати помлад од татко му, а заедно имаат 44 години. По колку години Милан ќе биде два пати помлад од татко му?

Решение: Синот има 11 години, а таткото 33 години. По 11 години синот ќе има 22 години, а таткото 44 години.

33. Еден правоаголник се состои од 6 еднакви квадрати, секој со плоштина од 25cm^2. Пресметај го периметарот на правоаголникот.

Решение: Има два случаја: I $a = 15$; $b = 10$; $L = 50cm$; II $a = 30$; $b = 5$; $L = 70cm$.

34. Синот е 25 години помлад од таткото, а годините на синот се $\frac{2}{7}$ од годините на таткото. По колку години има секој од нив?

Решение: $\frac{5}{7} \cdot x = 25;\ x = 35$ години има таткото; 35 – 25 = 10 години има синот.

35. Татко и син заедно имаат 47 години. Таткото е за 25 години постар од синот. По колку години има секој од нив?

Решение: 36 години и 11 години.

$$\begin{aligned} x + (x + 45) &= 47 \\ 2x &= 22 \\ x &= 11 \end{aligned}$$

36. Збирот на два броја е 79. Ако првиот број се зголеми десет (10) пати, а вториот остане ист, тогаш се добива збирот 565. Пресметај ги тие броеви.

Решение: 54 и 25.

37. Еден возач на камион наполнил 0,8 од количеството бензин што собира резервоарот. На патот потрошил 0,4 од тоа количество, при што му останале 24 литри. Колку литри бензин собира резервоарот?

Решение: Приближно 35,3 литри (1- 0, 8·0,4) x = 24, 0,68x = 24, $x=\frac{24}{0,68}=\frac{2400}{68}=\frac{600}{17}$

38. Цената на една стока е зголемена за 25%. За колку проценти треба да се намали новата (зголемената) цена за да се добие цената пред зголемувањето?

Решение: За 20%. Нека цената е, на пример, 100 денари. По зголемувањето ќе изнесува 125 денари. Тука S = 125, i = 25; $p=\frac{100\cdot i}{S}=\frac{100\cdot 25}{125}=20\%$.

39. Брат и сестра пред осум години заедно имале 8 години. Колку години заедно ќе имаат тие по 8 години?

Решение: x години брат; y години сестра. Пред 8 години имале $x + y = 8$;
сега $x + y = 8 + (8 + 8) = 8 + 16 = 24$ години. После 8 години ќе имаат: $x + y = 24 + (8 + 8)$ $x + y = 24 + 16 \Rightarrow x + y = 40$ *години.*

40. Отсечката $\overline{AB}=7cm$ со точката C е поделена на два дела од кои едниот е за 3cm поголем од другиот. Пресметај ги должините на тие делови.

Решение:

$a=b+3$ и $a+b=7$; $2\cdot b=4$; $b=2$; $a=5$.

4.2.
ЗАДАЧИ ОД МЕЃУНАРОДНИ МЕРЕЊА НА ПОСТИГАЊАТА НА УЧЕНИЦИТЕ

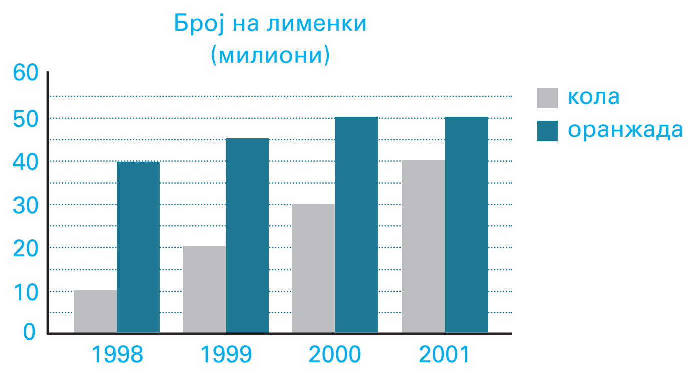
1. Која е НАЈДОБРА процена на $\frac{7,21 \cdot 3,86}{10,09}$?

А. $\frac{7 \cdot 3}{10}$ Б. $\frac{7 \cdot 4}{10}$

В. $\frac{7 \cdot 3}{11}$ Г. $\frac{7 \cdot 4}{11}$

Точен одговор: Б.

2. Продажба на безалкохолни пијалаци



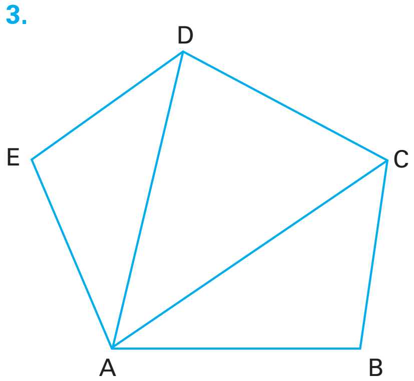
Графиконот ја покажува продажбата на два вида безалкохолни пијалаци во период од 4 години. Ако продажбата продолжи соодветно и во следните 10 години, во која година продажбата на кола ќе биде иста со продажбата на оранжада?

А. 2003 Б. 2004

В. 2005 Г. 2006

Точен одговор: Б.

3.



Колку е збирот на сите внатрешни агли на петаголникот ABCDE?

Точен одговор: $3 \cdot 180 = 540^0$

4. Кој од наведените производи покажува како бројот 36 може да се претстави во вид на производ од прости множители?

А. $6 \cdot 6$ Б. $4 \cdot 9$

В. $4 \cdot 3 \cdot 3$ Г. $2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3$

Точен одговор: Г.

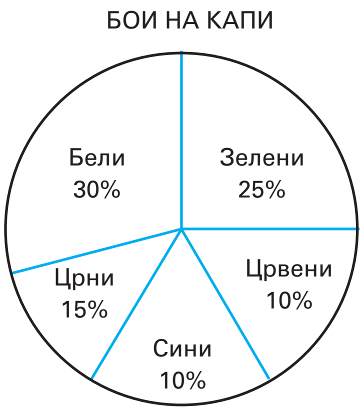
5. Секторскиот дијаграм го покажува процентот на капи што се продаваат во една продавница за спортска опрема. Ако во продавницата има 200 капи, колку е вкупниот број на капи кои се или бели или зелени?

А. 55

Б. 100

В. 110

Г. 145



Точен одговор: В.

6. Ако t е број меѓу 6 и 9, тогаш меѓу кои два броја е t + 5?

А. 1 и 4 Б. 10 и 13

В. 11 и 14 Г. 30 и 45

Точен одговор: В.

7. Кој број е еднаков на $\frac{3}{5}$?

А. 0,8 Б. 0,6

В. 0,53 Г. 0,35

Точен одговор: Б.

8. 42,65 + 5,748 =

Точен одговор: 48,398

9. Мила пакува јајца во кутии. Секоја кутија собира по 6 јајца. Таа има 94 јајца. Кој е најмалиот број на кутии што ѝ е потребен за да ги спакува сите јајца?

Точен одговор: 16 кутии.

10. Кој од наведените бројни изрази го покажува точниот метод за

одредување на $\frac{1}{3}-\frac{1}{4}$?

А. $\frac{1-1}{4-3}$ Б. $\frac{1}{4-3}$

В. $\frac{3-4}{3 \cdot 4}$ Г. $\frac{4-3}{3 \cdot 4}$

Точен одговор: Г.

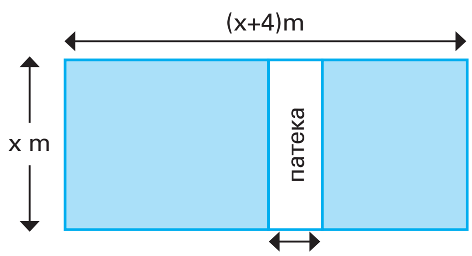
11. Кој од наведените искази е точен?

А. $\frac{3}{10}$ од 50 = 50% од 3 Б. 3% од 50 = 6% од 100

В. 50 : 30 = 30 : 50 Г. $\frac{3}{10} \cdot 50 = \frac{5}{10} \cdot 30$

Точен одговор: Г.

12.



Ова е дијаграм на градина во форма на правоаголник. Белата површина е патека во форма на правоаголник која е широка 1 метар. Која од дадените изрази ја претставува плоштината на обоениот дел од градината изразена во m^2?

А. $x^2 + 3x$ Б. $x^2 + 4x$

В. $x^2 + 4x-1$ Г. $x^2 + 3x - 1$

Точен одговор: А.

13. Парче дрво беше долго 40 cm. Тоа беше исечено на 3 дела, а нивните должини во cm биле: 2x -5; x + 7; x + 6. Која е должината на најдолгото парче?

Точен одговор: 15.

14. Периметарот на квадратот е 36 cm. Колкава е плоштината на тој квадрат?

А.	81 cm^2	Б.	36 cm^2
В.	24 cm^2	Г.	18 cm^2

Точен одговор: А.

15. Подолу е прикажана низа од искази:

3 – 3 = 0

3 – 2 = 1

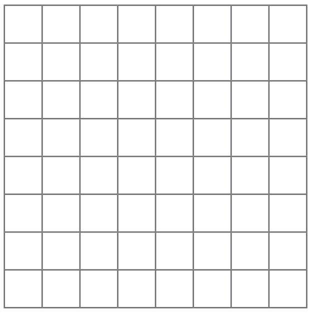
3 – 1 = 2

3 – 0 = 3

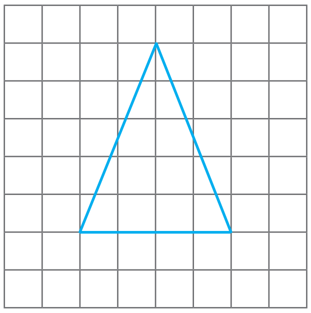
Следејќи ја низата, кој ќе биде следниот исказ?

Точен одговор: 3 – (– 1), односно 3 + 1 = 4.

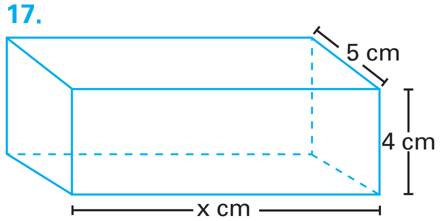
16. Должината на страната на секој од малите квадрати претставува 1 cm. Нацртај рамнокрак триаголник со основа 4 cm и висина 5 cm.



Точен одговор: Точно нацртан триаголник (во која било насока).



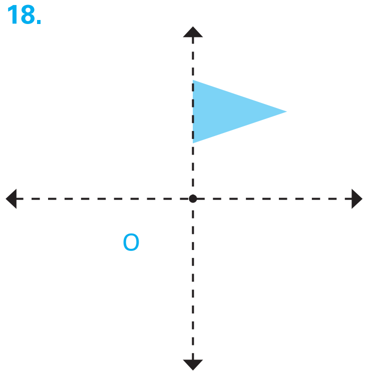
17.



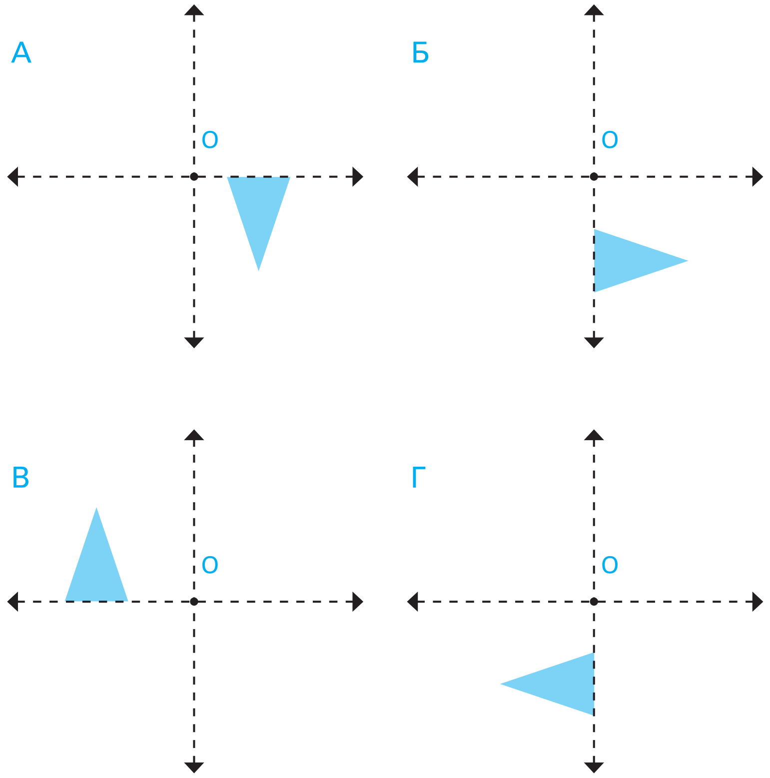
Зафатнината на квадарот е 200 cm^3. Која е вредноста на x?

Точен одговор: 10.

18.



Кој од наведените цртежи го покажува резултатот од полукружна ротација во насока на стрелките на часовникот околу точката О?



Точен одговор: Г.

19. 480 ученици биле прашани за тоа кој е нивниот омилен спорт. Резултатите од нивните одговори се дадени во табелата:

Спорт	Број на ученици
хокеј	60
фудбал	180
тенис	120
кошарка	120

Користејќи ги информациите дадени во табелата, пополни го и означи го секторскиот дијаграм.

ПОПУЛАРНОСТ НА СПОРТОТ

Точен одговор: Хокеј $\frac{1}{8}$; фудбал $\frac{3}{8}$; тенис $\frac{1}{4}$; кошарка $\frac{1}{4}$.

20. Во последните неколку недели, во една продавница просечната продажба на шишиња сода е 50% шишиња со нормална големина, 40% мали шишиња и 10% големи шишиња. Следната недела сопственикот на продавницата ќе нарача 1200 шишиња сода. Колку од нарачаните шишиња треба да бидат со нормална големина?

А.	120	Б.	480
В.	600	Г.	720

Точен одговор: В.

21. $$\frac{4}{100}+\frac{3}{1000}=$$

А.	0,043	Б.	0,1043
В.	0,403	Г.	0,43

Точен одговор: А.

22. Ана и Јана ќе си поделат 560 денари меѓу себе. Ако Јана земе $\frac{3}{8}$ од парите, колку денари ќе добие Ана?

Точен одговор: 350.

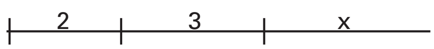
23. Една такси-компанија наплаќа старт од 25 денари и 0,2 денари за секој изминат километар. Кој од дадените изрази ја претставува цената на такси-услугата за поминат пат со должина *n* километри?

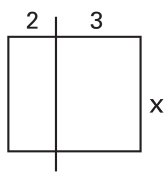
А.	$25 + 0{,}2n$	Б.	$25 \cdot 0{,}2\ n$
В.	$0{,}2 –\ (25 + n)$	Г.	$0{,}2 \cdot 25 + n$

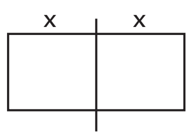
Точен одговор: А.

24. Кој од наведените случаи го претставува изразот $2x + 3x$?

А. Должината на оваа отсечка: 

Б. Должината на оваа отсечка: 

В. Плоштината на оваа 2Д-форма: 

Г. Плоштината на оваа 2Д-форма: 

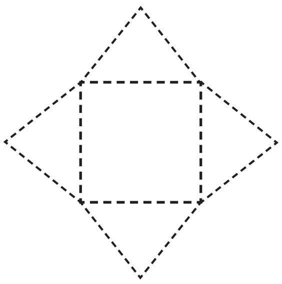
Точен одговор: В.

25. Плоштината на еден квадрат е 144 cm^2. Колку изнесува периметарот на квадратот?

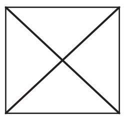
А.	12 *cm*	Б.	48 *cm*
В.	288 *cm*	Г.	576 *cm*

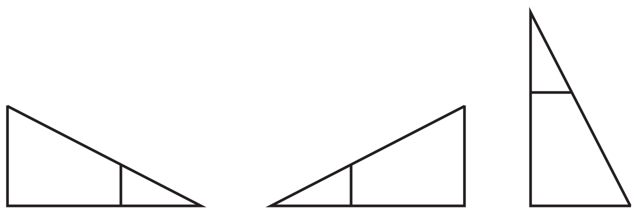
Точен одговор: Б.

26. Мрежата дадена на сликата е исечена од картон. Триаголните делови потоа се превиткуваат нагоре по испрекинатите линии така што да се допираат краевите на триаголниците.



Доцртај го дијаграмот така што ќе ја претставува добиената фигура после превиткувањето, но гледана директно од горе.

Точен одговор: Квадрат со дијагонали. 



27. 2Д форма 1 2Д форма 2 2Д форма 3

По кој редослед можат да се употребат наведените трансформации за 2Д-формата 1 да помине во 2Д-форма 2, а потоа во 3Д-форма?

А. Осна симетрија, а потоа транслација.

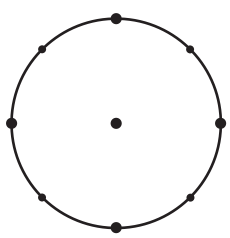
Б. Осна симетрија, а потоа ротација за $\frac{1}{4}$ од кругот во насока на стрелките на часовникот.

В. Ротација за $\frac{1}{2}$ од кругот, а потоа транслација.

Г. Ротација за $\frac{1}{4}$ од кругот во насока спротивна од стрелките на часовникот, а потоа осна симетрија.

Точен одговор: Б.

28. Од 400 ученици во едно училиште, 50 планираат да студираат медицина, 100 технички науки, 150 економски науки, а останатите планираат веднаш да се вработат. Користејќи го кругот, направи дијаграм на кој ќе биде претставен пропорционален однос на плановите на учениците. Стави ознаки на дијаграмот.



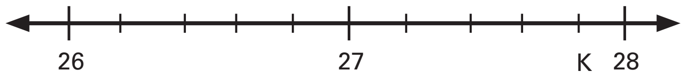
Точен одговор: Дијаграмот е точно поделен и означен (1 дел – медицина, 2 дела технички науки и 3 дела економски науки, 2 дела што ќе се вработат.

29. Еден работник од цевката исекол $\frac{1}{5}$. Парчето што го исекол било 3 метри долго. Колку метри била долга цевката?

А. 8 *m* Б. 12 *m*
В. 15 *m* Г. 18 *m*

Точен одговор: В.

30.



Кој број на бројната права го претставува К?

А. 27,4 Б. 27,8
В. 27,9 Г. 28,2

Точен одговор: Б.

31. $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}.$

А. Кој е следниот член во низата? **Точен одговор:** $\frac{6}{7}$.

Б. Кој ќе биде 100-от член? **Точен одговор:** $\frac{100}{101}$.

32. Кој од наведените изрази е еднаков со 4(3 + *x*)?

А. 12 + *x* Б. 7 + *x*
В. 12 + 4 *x* Г. 12 *x*

Точен одговор: В.

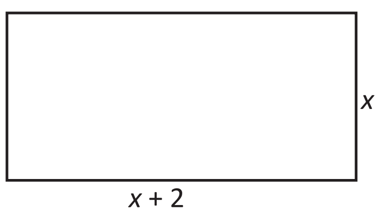
33. Ако $2x+5y=36$. Кои се вредностите на *x* и *y*?

А. $x=2,\ y=10;$ Б. $x=4,\ y=8;$
В. $x=6,\ y=6;$ Г. $x=8,\ y=4;$

Точен одговор: Г.

34. Колкава е плоштината на правоаголникот?

А. $x^2 + 2$ Б. $x^2 + 2x$
В. $2x + 2$ Г. $4x + 4$



Точен одговор: Б.

35. На една парада учествуваа m момчиња и n девојчиња. Секој од нив носеше по два балона. Кој од овие изрази го претставува вкупниот број на балони што децата ги носеа на парадата?

А. $2(m + n)$ Б. $2 + (m + n)$
В. $2m + n$ Г. $m + 2n$

Точен одговор: А.

36. Во градот А температурата на пладне беше 7^{0}C. Во градот Б температурата на пладне беше -3^{0}C. Колку беше повисока температурата на пладне во градот А од температурата во градот Б?

А. –10 ^{0}C Б. – 4 ^{0}C
В. 4 ^{0}C Г. 10 ^{0}C

Точен одговор: Г.

37.

Висина на грмушката (cm)	Ширина на сенката (cm)
20	16
40	32
60	48
80	64

Во табелата се дадени податоци за должината на сенките на четири грмушки со различна висина во 10 часот претпладне. Колкава е должината на сенката во 10 часот претпладне на грмушката што е висока 50 центиметри?

А. 36 *cm* Б. 38*cm*
В. 40 *cm* Г. 42 *cm*

Точен одговор: В.

38. Запиши ја дропката $3\frac{5}{6}$ како децимален број и заокружи го на 2 децимални места.

Точен одговор: 3,83.

39. Што значи $xy + 1$?

А. Додаден 1 на y, а потоа помножено со x.

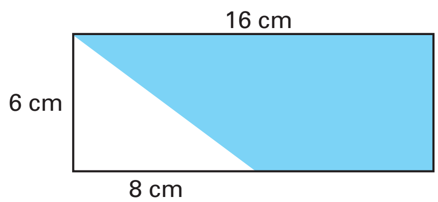
Б. x и y помножено со 1.

В. Додадено x на y, а потоа додаден 1.

Г. Помножено x со y, а потоа додаден 1.

Точен одговор: Г.

40.



Колку изнесува плоштината на исенчаниот дел, во cm^2, на дадениот цртеж погоре?

А. 24 Б. 44

В. 48 Г. 72

Точен одговор: Г.

4.3.
ЗАДАЧИ ЗА ЕКСТЕРНО ТЕСТИРАЊЕ

IV одделение

1. Во едно училиште имало вкупно 862 ученика. Момчиња имало 585. Колку биле девојчиња?

2. Во една продавница во една седмица се продале 423 чоколада. На крајот од седмицата во продавницата останале уште 322 чоколада. Колку чоколада имало во продавницата на почетокот од седмицата?

   А. 745
   Б. 754
   В. 101
   Г. 110

3. Ана отишла во трговски центар. Со себе носела 1000 денари, а купила една блуза, марама и каиш. Според цените од ценовникот, пресметај колку денари ѝ останале.

   Блуза-------450 ден.
   Марама----150 ден.
   Каиш-------400 ден.

   А. 50 ден.
   Б. 100 ден.
   В. 150 ден.
   Г. Нема да ѝ останат.

4. Театарската претстава „Црвенкапа" ја гледале вкупно 660 ученици од три училишта. Од првото училиште биле 227 посетители. Од второто училиште биле 33 посетители повеќе отколку од првото. Колку посетители биле од третото училиште?

5. Ана замислила некој број. Кога го собрала тој број со 347 добила 726. Кој број го замислила Ана?

   А. 379
   Б. 797
   В. 397
   Г. 739

6. На училишна екскурзија во Охрид отишле вкупно 300 ученици од трето, четврто и петто одделение од едно училиште. Од трето одделение биле 88 ученици. Од четврто одделение биле 42 ученици повеќе отколку од трето одделение. Колку ученици биле од петто одделение?

А. 82
Б. 28
В. 128
Г. 110

7. Со кој броен израз се претставува реченицата: „Од збирот на броевите 473 и 137 одземи го бројот 298“ ?

8. Во една продавница биле донесени 863 кошули. Претпладнето биле продадени 524 кошули, а попладнето 282 кошули. Колку кошули останале на крајот од денот?

А. 57 кошули.
Б. 75 кошули.
В. 309 кошули.
Г. 806 кошули.

9. Јован и Ена собирале сликички. Јован собрал 159, а Ева собрала 13 сликички помалку од Јован. Колку сликички собрале Јован и Ена заедно?

А. 305
Б. 318
В. 146
Г. 164

10. Со кој израз ќе се претстави задачата: „Во продавница имало 777 чоколада. После една недела останале непродадени уште 3 кутии со по 35 чоколада. Колку чоколада се продадени?“

11. Во една конфекција работат 600 работници. Половина од нив и уште 20 се мажи. Колку од вработените се жени?

А. 200
Б. 280
В. 300
Г. 320

12. На екскурзија во Струга отишле 294 ученици од едно училиште со 7 автобуси, при што во секој автобус имало ист број ученици. По колку ученици имало во секој автобус?

А. 42
Б. 43
В. 44
Г. 47

13. Стефан и Оливер играле пикадо. Стефан играл 4 пати и во секоја игра освоил по 120 поени, а Оливер играл 5 пати и во секоја игра освоил по 98 поени. Кој освоил повеќе поени и за колку?

14. Давор, Ана, Муса и Миа ја поделиле пицата на 16 еднакви дела. Давор зел $\frac{\mathbf{3}}{16}$ од пицата, Ана зела $\frac{5}{16}$ од пицата, а Онур и Теодора по $\frac{2}{16}$ од пицата. Колку останало од пицата?

А. $\frac{10}{16}$
Б. $\frac{9}{16}$
В. $\frac{4}{16}$
Г. $\frac{5}{16}$

15. Даријан со 112 сликички од фудбалери пополнил повеќе страници од албумот. На секоја страница имало по 7 сликички. Колку страници од албумот пополнил Даријан?

А. 119
Б. 105
В. 18
Г. 16

16. Еден возач на училиштен автобус секој ден вози 72 km. Колку километри поминува возачот за една седмица?

А. 360
Б. 432
В. 504
Г. 494

17. Во една продавница во една седмица се продале 376 чоколада. На крајот од седмицата во продавницата останале уште 624 чоколада. Колку чоколада имало во продавницата на почетокот од седмицата?

18. За да се направи театарска завеса потребни се 14 метри и 30 центиметри платно. Платното се продава во цели метри. На кој број ќе се заокружи за да може да се сошие завесата?

19. Мила била висока 147 центиметри, колкава е нејзината висина во метри?

20. Учениците од V^3 одделение купиле 5 пити бурек. Секоја пита била исечена на четвртини. Тие изеле 19 парчиња. Колкав дел од питите изеле?

А. $4\frac{1}{4}$

Б. $\frac{19}{4}$

В. $5\frac{1}{4}$

Г. $\frac{19}{8}$

21. Стефан набрал неколку круши од овошната градина. Кога ги пресекол на осмини имал 32 парчиња. Колку круши набрал Стефан?

А. 3
Б. 5
В. 4
Г. 7

22. Од 35 метри ткаенина се сошиени 7 блузи. Колку метри ткаенина се употребени за да се сошие една блуза?

А. 3
Б. 4
В. 5
Г. 6

23. Еден земјоделец од една нива добил 192 kg компир, а од друга 255 kg компир. Колку kg компир добил земјоделецот од двете ниви?

А. 437
Б. 447
В. 457
Г. 467

24. Во една продавница имало 342 kg шеќер, продадени се 256 kg шеќер. Колку kg шеќер останале во продавницата?

А. 86
Б. 87
В. 88
Г. 85

25. Фабрика за преработка на зеленчук откупила 327 тони домати и 246 тони пиперки. Колку вкупно тони зеленчук откупила фабриката?

А. 713
Б. 613
В. 473
Г. 573

26. Во една фабрика се произведени 764 литри сок од боровинки, а сок од малини 125 литри помалку од сокот од боровинки. Колку вкупно литри сок се произведени во фабриката?

А. 1303
Б. 1203
В. 1403
Г. 1503

27. За пишување на тест по математика се употребени 275 букви и 272 цифри. Колку букви и цифри вкупно има во тестот?

А. 657
Б. 647
В. 637
Г. 547

28. Секој ден Елена троши за појадок по 140 денари. Колку денари Елена потрошила за 6 дена?

А. 640
Б. 740
В. 840
Г. 540

29. Еден работник треба да пренесе 5 кутии со шишиња, а во секоја кутија има по 70 шишиња. Колку вкупно шишиња треба да пренесе работникот?

30. Во една градина имало 17 цвета. Секој цвет има 3 гранчиња. Колку гранчиња имало во градината?

31. На една фарма дневно се добиваат по 155 јајца. Колку јајца ќе се добијат за 7 дена?

32. Една пчела секој сончев ден поминува по 13 километри. Колку километри поминала пчелата за една седмица ако во таа седмица имало 5 сончеви дена?

33. Една гајба со сок содржи 18 шишиња. Колку шишиња сок има во 11 гајби?

А. 188 шишиња.
Б. 198 шишиња.
В. 178 шишиња.
Г. 168 шишиња.

34. Стефан до училиште и назад пешачи 6 километри дневно. Колку километри пешачи Стефан за 25 дена?

А. 120 километри.
Б. 130 километри.
В. 150 километри.
Г. 140 километри.

35. Од производот на броевите 35 и 3, одземи го производот на броевите 16 и 5.

36. Миле бројот 20 требало да го зголеми 5 пати, наместо тоа тој го зголемил бројот 20 за 5. За колку е помал бројот што го добил Миле од бараниот број?

А. 95
Б. 85
В. 65
Г. 75

37. Шест другари отишле заедно на базен. Секој од нив платил по 45 денари за влезница. Колку вкупно пари потрошиле сите заедно?

38. За учениците од четврто одделение од едно училиште да можат да стигнат до Скопје се потребни 4 автобуси со 55 седишта. Колку вкупно ученици учат во четврто одделение во тоа училиште?

39. Продавачот од книжарницата нарачал 63 пакетчиња со острилки. Во секое пакетче има 6 острилки. Колку острилки нарачал продавачот?

40. За патронатот на училиштето во спортската сала биле наредени 6 реда по 30 столчиња и 8 реда по 45 столчиња. Колку вкупно столчиња имало во спортската сала?

41. Ведран купил 9 кесички карамели. Во секоја кеса имало 32 карамели. Колку карамели купил Ведран?

А. 268 карамели.
Б. 278 карамели.
В. 288 карамели.
Г. 298 карамели.

42. Петар собрал 45 џамлии. Ги ставил во кутии по 7. Колку џамлии му останале надвор?

А. 4 џамлии.
Б. 6 џамлии.
В. 7 џамлии.
Г. 3 џамлии.

43. Филип со својот велосипед поминал 90 метри за 3 минути. По колку метри поминувал Филип за една минута?

А. 20 метри.
Б. 10 метри.
В. 15 метри.
Г. 30 метри.

44. Агим учел да плива и првиот пат испливал 36 метри за 2 минути, а потоа уште 90 метри за 4 минути. По колку метри пливал Агим за 1 минута во просек?

А. 20 метри.
Б. 21 метри.
В. 18 метри.
Г. 22 метри.

45. Марија купила 9 тетратки и за нив платила 81 денар. Колку денари чини една тетратка?

46. Од 320 метри платно можат да се сошијат 80 машки костими. Колку метри платно се потребни да се сошие еден костум?

А. 3 метри.
Б. 4 метри.
В. 2 метри.
Г. 5 метри.

47. За едно претпладне во една краварска фарма од 7 крави добиле 84 литри млеко. По колку литри млеко добиле од секоја крава во просек тоа претпладне?

А. 9 литри.
Б. 10 литри.
В. 12 литри.
Г. 11 литри.

48. Во една продавница се донесени 88 чоколада спакувани во 8 кутии. По колку чоколада се спакувани во една кутија?

А. 11 чоколада.
Б. 12 чоколада.
В. 13 чоколада.
Г. 10 чоколада.

49. Тони имал 880 компакт-дискови со музика. Ги наредил во 11 фиоки по ист број. По колку компакт-дискови имал во секоја фиока?

50. Во една фабрика за играчки требало да се спакуваат 9000 лампиони во 90 кутии. По колку лампиони ќе се спакуваат во една кутија?

А. 90
Б. 110
В. 100
Г. 80

51. Во фабриката за чоколада требало да се спакуваат 7000 чоколада во 200 кутии. По колку чоколада ќе се спакуваат во една кутија?

А. 300 чоколада.
Б. 350 чоколада.
В. 30 чоколада.
Г. 35 чоколада.

52. Во едно училиште 500 тетратки треба да се поделат на 125 ученици. По колку тетратки ќе добие секој ученик?

53. Во една детска градинка 720 играчки треба да се поделат на 90 деца. По колку играчки ќе добие секое дете?

А. 8 играчки.
Б. 80 играчки.
В. 7 играчки.
Г. 70 играчки.

54. Во библиотеката на едно училиште 620 книги се наредени на 10 полици. По колку книги има на секоја полица?

А. 6 книги.
Б. 5 книги.
В. 52 книги.
Г. 62 книги.

55. Во една механичарска работилница 70 литри масло за мотор треба да се стават во моторите на 20 автомобили. По колку литри масло ќе се стави во моторот на еден автомобил?

А. 3,5 литри.
Б. 35 литри.
В. 350 литри.
Г. 3500 литри.

56. За 10 пити се потребни 17 килограми брашно. Колку килограми брашно се потребни за една пита?

57. За плетење на мрежа за 10 фудбалски голови се потрошени 938 метри тенко јаже. Колку метри јаже се потрошени за еден гол ?

А. 93,8 метри.
Б. 9,38 метри.
В. 938 метри.
Г. 9380 метри.

58. За поставување на дел од електрична инсталација во 1000 автомобили се потрошени 9050 метри кабел. Колку метри кабел се потрошени за еден автомобил?

А. 95 метри.
Б. 9,05 метри.
В. 9,50 метри.
Г. 905 метри.

59. Во една конфекција за шиење на 100 женски палта се искроени 387 метри постава. Колку метри постава се употребени за едно палто?

60. Во едно училиште имало 127 ученици, во друго 325 ученици, а во трето два пати повеќе отколку во првите две училишта. Колку ученици имало во третото училиште?

61. Марија заштедила 804 денари, Милан заштедил 780 денари, а Мимоза заштедила 5 пати повеќе од разликата на Марија и Милан. Колку денари заштедила Мимоза?

62. Во еден погон за мебел дневно се изработувале по 112 стола. Колку стола се изработиле за 6 дена?

А. 682 стола.
Б. 672 стола.
В. 662 стола.
Г. 692 стола.

63. На акцијата за пошумување шумарот Раде засадил 273 садници, а неговиот колега Петре два пати повеќе. Колку садници засадил шумарот Петре?

64. Училишната задруга произведувала по 115 јајца дневно, додека земјоделската задруга произведувала 8 пати повеќе. Колку јајца произведувала земјоделската задруга дневно?

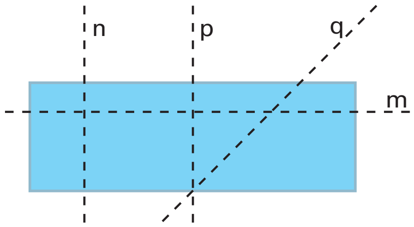
65. На една падина на планината имало 305 бора, 3 пати повеќе костен и за 142 помалку буки од костен. Колку буки имало на планината?

66. Од еден овоштарник биле набрани 530 гајби јаболка. Прехранбената индустрија откупила 130 гајби јаболка. Останатите јаболка биле однесени во 10 града на пазар. По колку гајби јаболка биле однесени во секој град?

А. 40 гајби.
Б. 43 гајби.
В. 10 гајби.
Г. 4,3 гајби.

67. Со која буква е означена правилната оска на симетрија?

А. n
Б. q
В. p
Г. m



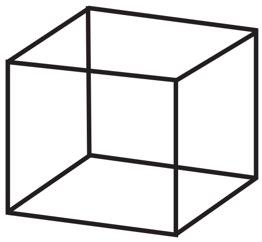
68. Определи колку оски на симетрија има правоаголникот.

А. 2
Б. 4
В. 3
Г. 5

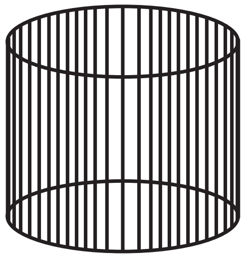
69. Со колку површини е ограничена 3Д-формата конус?

А. 2
Б. 4
В. 3
Г. 1

70. Колку рабови има 3Д-формата коцка?



71. Колку темиња има 3Д-формата цилиндар?



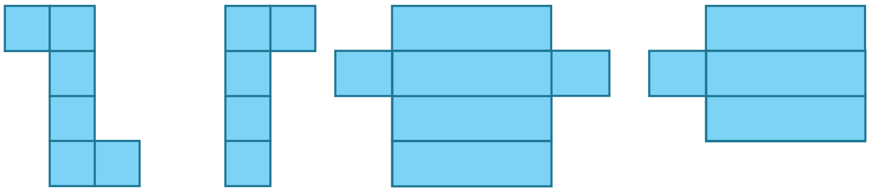
72. На која 3Д – форма (призма) сите ѕидови се со иста големина?

73. Што претставува основата на триаголна пирамида?

А. триаголник
Б. квадрат
В. правоаголник
Г. четириаголник

74. Што претставуваат основите на цилиндарот?

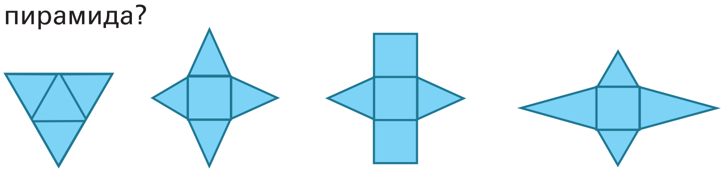
75. При превиткување на која од следните мрежи може да се добие 3Д-формата квадар?



А Б В Г

А. А
Б. Б
В. В
Г. Г

76. При превиткување на која од следните мрежи може да се добие 3Д-формата пирамида?



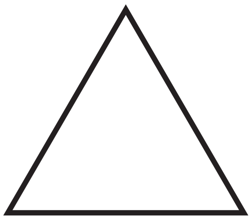
А Б В Г

А. А
Б. Б
В. В
Г. Г

77. Кој агол го образуваат стрелките на часовникот кога тој покажува точно 3 часот?

А. Рамен агол.
Б. Остар агол.
В. Агол поголем од правиот.
Г. Прав агол.

78. Определи какви се аглите во триаголникот.



А. Сите агли се поголеми од правиот.
Б. Сите агли се помали од правиот.
В. Сите агли се прави.
Г. Има еден прав и два остри агли.

79. Како се викаат 3Д-формите што се ограничени само со рамни површини?

80. Како се вика 2Д-формата која има 2 пара исти спротивни страни и 4 прави агли?

81. Колку правоаголници се претставени на сликата?

А. 4
Б. 2
В. 1
Г. 3

82. Васе ја поминал велосипедската патека за 9 минути и 30 секунди, а Омер за 9 минути и 51 секунда. Кој е побрз и за колку?

83. На Маја ѝ се потребни 1 kg ореви за баклава. Таа имала 856 g. Уште колку грама ореви ѝ недостасуваат на Маја?

84. За роденденот на Петар татко му купил 5 *l* кока-кола, 2 *l* сок од праска и 3 *l* сок од портокал. Колку литри сок купил татко му на Петар?

А. 13 литри.
Б. 10 литри.
В. 9 литри.
Г. 14 литри.

85. Мирјана купила 20 лименки сок од по 20 ml. Колку литри сок купила Мирјана?

А. 2 литри.
Б. 1 литар.
В. 3 литри.
Г. 4 литри.

86. Колку вреќи брашно од по 20 kg треба да купи Фарук, ако за својата пекарница треба да обезбеди 120 kg брашно?

А. 6.
Б. 10.
В. 16.
Г. 60.

87. Ако Пепелашка пристигнала на балот во 22 часот, колку време ѝ останало до полноќ?

А. 3 часа.
Б. 7 часа.
В. 9 часа.
Г. 2 часа.

88. Аси треба да направи торта за која ѝ се потребни 1 kg лешници. Таа имала 700 g. Колку лешници ѝ недостасуваат на Аси за да ја направи тортата?

89. За да стигне во училиште Мирко половина од патот го поминал со автомобил, а останатите 256 m пешачел. Колку е оддалечен домот на Мирко од училиштето?

А. 464 m
Б. 512 m
В. 256 m
Г. 768 m

90. Ема отишла на кино да гледа филм. Таа во киното пристигнала во 19 часот и 45 минути. Филмот требало да започне во 20 часот и 30 минути. Колку минути Ема ќе го чека почетокот на филмот?

А. 50 минути.
Б. 45 минути.
В. 35 минути.
Г. Еден час.

91. Зоран пие литар млеко на ден. Тоа се 4 полни чаши што собираат по:

А. 250 ml
Б. 200 ml
В. 100 ml
Г. 300 ml

92. Од платно со должина 78 cm се отсечени 3 парчиња со должини од 2,7 cm; 5,7 cm и 20,2 cm. Колку центиметри платно останало?

93. Ако една метална топка има маса од 5 kg и 30 g, тогаш 6 такви топки имаат маса од:

А. 5kg и 180 g
Б. 210 g
В. 30 kg и 180 g
Г. 210 kg

94. Еден килограм сирење содржи 408 грама белковини. Колку белковини содржат 250 грама сирење?

А. 198 грама белковини.
Б. 658 грама белковини.
В. 98 грама белковини.
Г. 102 грама белковини.

95. Еден пешак треба да помине 13,5 километри. Првиот час поминал 5,75 километри, а вториот час 5,25 километри. Уште колку километри му останале?

А. 1,5 километри.
Б. 2 километри.
В. 2,5 километри.
Г. 3,5 километри.

96. Нена има 13 години, 3 месеци и 4 дена. Татко ѝ е 3 пати постар од неа. Колку години има татко ѝ на Нена?

97. Еден тенк троши 105 литри бензин за 1 час. Колку бензин ќе потроши тенкот ако возел 5 часа?

98. Градскиот базен се полни од цевка од којашто истекува 425 литри вода за 1 час. Колку вода ќе истече за 8 часа?

99. Еден автомобил троши 27 литри гориво за да измине 390 километри пат. Колку километри ќе измине истиот автомобил со 135 литри гориво?

100. Андреј отишол на училиште во 7 часот и 30 минути, а се вратил во 12 часот и 50 минути. Колку време Андреј поминал во училиште?

101. Возот од Прилеп поаѓа во 7 часот и 20 минути, а во Скопје пристига во 10 часот и 25 минути. Колку време патувал возот?

А. 3 часа и 10 минути.
Б. 3 часа и 5 минути.
В. 2 часа и 10 минути.
Г. 4 часа и 10 минути.

102. Авионскиот лет од Сараево до Скопје трае 55 минути. Во колку часот ќе слета авионот во Скопје, ако од Сараево полета во 12 часот и 25 минути?

103. Патувањето со автомобил од Штип до Струга трае 2 часа и 20 минути. Во колку часот ќе пристигне автомобилот во Струга, ако од Штип тргне во 9 часот и 45 минути?

А. 12 часот и 15 минути.
Б. 12 часот и 05 минути.
В. 11 часот и 15 минути.
Г. 11 часот и 25 минути.

104. Мите скокнал во далечина 2 метра и 72 центиметри, а Ведран скокнал 272 центиметри. Кој скокнал подалеку?

105. На една патека во паркот се поставени триесет саксии со цвеќе. Растојанието помеѓу две саксии е 6 метри. Колку е долга патеката ако и на почетокот и на крајот од патеката има саксии?

А. 36 метри.
Б. 174 метри.
В. 210 метри.
Г. 246 метри.

106. Јана е висока 143 центиметри, а Оливера е за 12 центиметри повисока од Јана. Колку е висока Оливера?

107. Еден лонец собира 18 литри вода. Филип го полни лонецот со истурање вода од шише од 1,5 литри. Колку шишиња полни со вода треба да истури Филип за лонецот да се наполни?

А. 7
Б. 6
В. 14
Г. 12

108. Еден столб на мост што е висок 7 метри и 46 центиметри во дното на реката е закопан 1 метар и 30 центиметри, а над водата е 3 метри и 14 центиметри. Одреди ја длабочината на реката на тоа место.

109. Верче на 13-ти мај засадила зрно грав во саксија. Две недели подоцна гравчето изникнало во саксијата. Определи на кој датум изникнало гравчето.

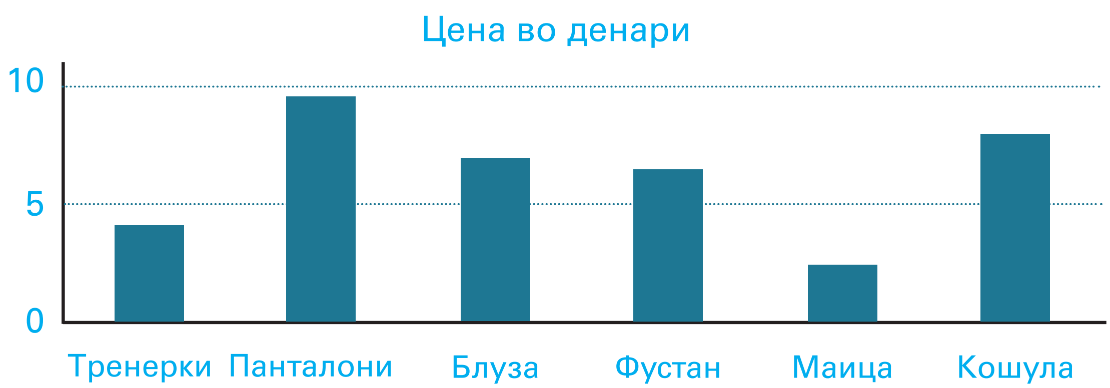
А. Дваесет и шести мај.
Б. Дваесет и осми мај.
В. Дваесет и седми мај.
Г. Дваесет и петти мај.

110. Една пекарница добила вкупно 970 килограми брашно. Бело брашно имало 523 килограми. Колку килограми црно брашно имало?

111. Во една сендвичарница се донесени 8 кутии кашкавал. Секоја кутија тежела по 22 килограми и 250 грама. Колку вкупно килограми и грамови кашкавал се донесени во сендвичарницата?

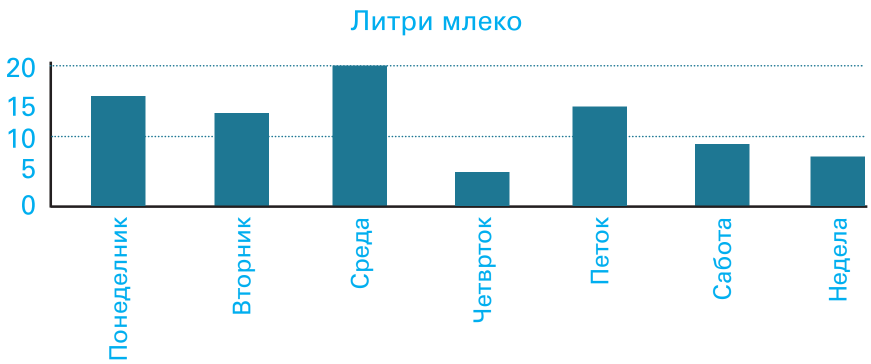
112. Поштарот, разнесувајќи писма, дневно поминува по 12 километри и 400 метри. Колку километри поминува поштарот за 20 работни дена?

113. На столбестиот дијаграм се прикажани цените во денари на неколку производи во продавница за облека. Што е најскапо во продавницата?



А. фустан
Б. блуза
В. панталони
Г. тренерки

114. Во краварска фарма секој ден се добива различна количина на млеко. На столбестиот дијаграм е прикажано колку млеко во литри е собрано во текот на неделата. Колку литри млеко е собрано во текот на целата недела, а колку во петокот?

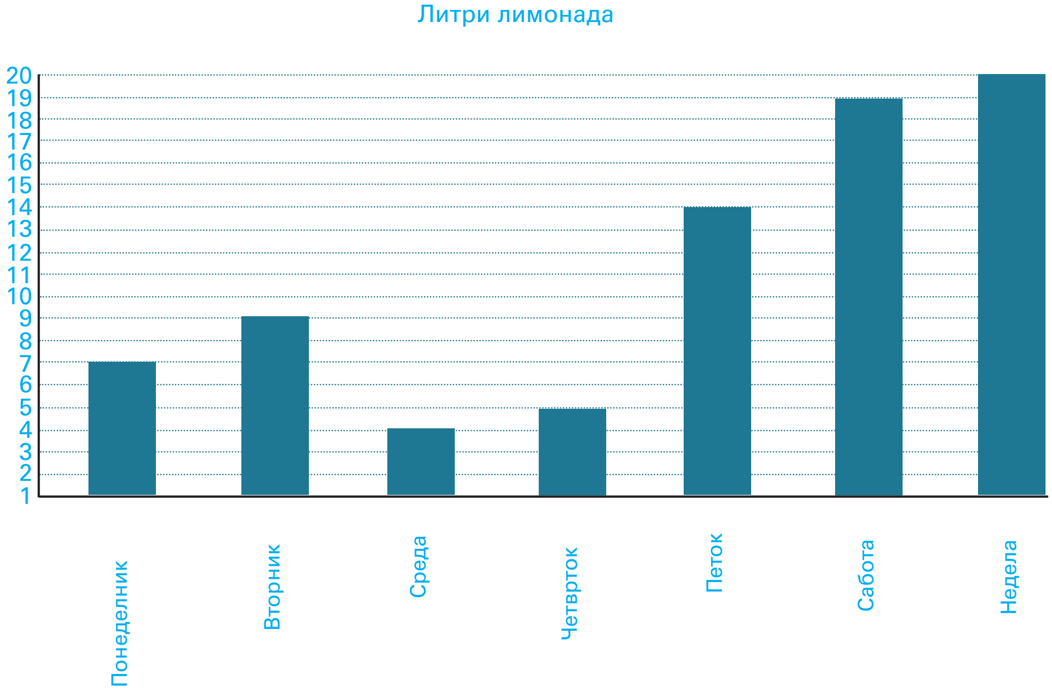


115. Во една продавница за обувки, цените на машките чевли, женските чевли, детските чевли, сандалите и патиките се дадени во табелата. Кои чевли се најскапи?

Вид на обувки	**Цена**
Машки чевли	950
Женски чевли	1000
Детски чевли	600
Сандали	400
Патики	550

А. Детските чевли.
Б. Машките чевли.
В. Женските чевли.
Г. Патиките.

116. Со столбестиот дијаграм е претставена продажбата на лимонада во една слаткарница за секој ден во една недела. Колку литри лимонада биле продадени во петокот?



117. Според податоците на дадениот Керолов дијаграм, непарни прости броеви се:

	Прост	**Не прост**
Парен	2	4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24
Непарен	3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23	1, 9, 15, 21, 25

А. 2
Б. 1, 9, 15, 21, 25
В. 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23
Г. 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20, 22, 24

V одделение

1. На еден рок-концерт имало 5300 луѓе во публиката. Ако бројот 5300 е добиен со заокружување на најблиската стотка, кој е најголемиот и најмалиот можен број публика кои биле на концертот?

2. На еден рок-концерт имало 4470 луѓе во публиката. Ако бројот 4470 е добиен со заокружување на најблиската десетка, кој е најголемиот и најмалиот можен број публика кои биле на концертот?

3. Во една фабрика за училиштен прибор за една недела се произведени 2732 моливи, 1234 гуми и 3272 боици. Колку вкупно училиштен прибор е произведен во фабриката таа недела?

   А. 7338
   Б. 7238
   В. 7438
   Г. 7248

4. Определи со кој броен израз може да се реши задачата. Во еден супермаркет првиот ден се продадени 6747 *kg* шеќер, а вториот ден 1588 *kg* помалку од првиот. Колку *kg* шеќер се продадени во двата дена?

5. Во еден супермаркет првиот ден се продадени 1723 кутии сладолед, а вториот ден 347 кутии помалку од првиот. Колку кутии со сладолед се продадени во двата дена заедно?

   А. 2999
   Б. 3099
   В. 3009
   Г. 3900

6. Муса замислил некој број. Од тој број ја одземал разликата на најголемиот и најмалиот четирицифрен број и го добил бројот 111. Муса го замислил бројот:

   А. 9111
   Б. 9010
   В. 9110
   Г. 9100

7. Во информативната канцеларија на автобуската станица Штип во текот на една недела се направени 1327 телефонски повици, а во следната недела биле направени 1129. Колку вкупно телефонски повици биле направени?

8. Весна има збирка од 743 поштенски марки. Ефрем има збирка од 1729 марки. Колку повеќе марки има Ефрем од Весна?

А. 967
Б. 976
В. 968
Г. 986

9. Марко го менува маслото на неговиот автомобил на секои 6 месеци, а пак филтерот за воздух го менува на секои 4 месеци. Колку често Марко ги извршува овие две работи истовремено?

10. Мито замислил некој број. Ако од разликата на најголемиот и најмалиот четирицифрен број го одземеме бројот што го замислил Мито, се добива бројот 8000. Кој број го замислил Мито?

11. На роденденот на Мила девојчињата биле почестени со $\frac{6}{17}$ од тортата. Потоа дошле момчињата и биле почестени со $\frac{7}{17}$ од тортата. Колку седумнаесетини останале од тортата?

А. $\frac{4}{17}$
Б. $\frac{3}{17}$
В. $\frac{1}{17}$
Г. $\frac{5}{17}$

12. Во едно училиште во првата смена учат 207 ученици, а во втората смена 135 ученици. $\frac{5}{9}$ од учениците во првата смена и $\frac{3}{5}$ од учениците од втората смена се девојчиња. Колку вкупно девојчиња учат во тоа училиште?

А. 139
Б. 169
В. 196
Г. 193

13. Во пет кутии имало вкупно 8 240 боици. Претпладне се продадени 8 пати помалку боици од вкупниот број, а попладне уште 2320 боици. Со кој израз се запишува бројот на непродадени боици?

14. За изградба на едно училиште се донесени 4620 тули. Тулите се пренесени со 30 камиони. По колку тули пренесувал секој камион?

А. 245
Б. 154
В. 145
Г. 254

15. Во овошната градина на една училишна задруга овошките биле посадени во 20 редови, така што во секој ред имало по 18 кајсии, 38 праски и 22 јаболкници. Колку вкупно овошки имало во овошната градина?

16. Аца, Тоше и Мирче заедно ловеле риби. Од вкупниот број уловени риби Аца уловил третина, Тоше 6 риби и Мирче 4 риби. Колку вкупно риби уловиле тројцата?

А. 18 риби.
Б. 15 риби.
В. 10 риби.
Г. 25 риби.

17. Една фабрика за чевли произвела 1230 пара машки чевли и 3 пати повеќе женски чевли. Колку вкупно пара чевли произвела фабриката?

18. Во еден град за денот на дрвото е планирано да се засадат 3000 садници. Учениците од основните училишта од тој град засадиле $\frac{2}{5}$ од планираното. Колку садници засадиле учениците од основните училишта?

А. 1200
Б. 600
В. 1800
Г. 2400

19. Владо имал 16 фломастери и $\frac{1}{4}$ од нив ги подарил на Весна. Колку фломастери му останале на Владо?

А. 10
Б. 12
В. 8
Г. 5

20. Ацо, Марио, Јана и Ена за појадок купиле цела пита бурек. Колку останало од бурекот неизедено, ако Ацо изел $\frac{1}{8}$, Марио $\frac{3}{8}$, а Фатма $\frac{2}{8}$ и Ана $\frac{1}{8}$?

А. $\frac{1}{8}$
Б. $\frac{2}{8}$
В. $\frac{7}{8}$
Г. $\frac{5}{8}$

21. Во една продавница имало 15 мрежи со топки, а во секоја мрежа имало по 10 црвени и 4 сини топки. Колку вкупно топки имало во продавницата?

22. Земјоделец продавал свои производи и заработил 3200 денари од жито, од компир 1325 денари, а од овошје 3 пати повеќе од вкупно добиените пари за продаденото жито и продадениот компир. Колку денари заработил земјоделецот од продаденото овошје?

23. Фабрика за бонбони и чоколада испратила во една населба 147 пакетчиња бонбони, во друга 3 пати повеќе отколку во првата, а во третата за 50 повеќе отколку во првата. Колку вкупно пакетчиња бонбони испратила фабриката во трите населби?

А. 675
Б. 657
В. 785
Г. 758

24. Пецо бројот 123 требало да го зголеми 10 пати. Наместо тоа, тој го зголемил бројот 123 за 15. За колку бројот што го добил Пецо е помал од бараниот број?

А. 1192
Б. 1129
В. 1029
Г. 1092

25. Треба да се спакуваат бонбони во кутии од по 19 во секоја кутија. Има 950 бонбони во зелена боја и 380 бонбони во црвена боја. Во кутиите треба да има само зелени или само црвени бонбони. Колку кутии се потребни за да се спакуваат сите бонбони?

А. 74
Б. 68
В. 70
Г. 72

26. Во две кутии имало вкупно 4280 моливи. Претпладне се продадени 20 пати помалку моливи од вкупниот број, а попладне уште 317 моливи. Со кој броен израз се запишува бројот на моливи што останале непродадени?

27. Марија вели: ,,Решив 90 задачи". Никола вели: ,,$\frac{1}{3}$ од твоите задачи се $\frac{1}{4}$ од моите задачи". Колку задачи решил Никола?

А. 120 задачи.
Б. 60 задачи.
В. 90 задачи.
Г. 30 задачи.

28. Автобуски билет за возрасни чини 500 денари, а за деца е два пати поевтин. Колку денари треба да плати таткото за да се вози со своите три деца?

А. 750 денари.
Б. 1250 денари.
В. 600 денари.
Г. 1500 денари.

29. Производот на три множители е 2415. Првиот множител е 35, а вториот е за 12 помал од првиот. Колку е третиот множител?

30. Еден од множителите во еден производ е за 22 поголем од бројот 128, а другиот е $\frac{1}{5}$ од најмалиот трицифрен број. Колку изнесува производот?

31. Во бројниот израз $\square \cdot 40=1240$, вредноста на непознатиот множител е:

А. 32
Б. 21
В. 31
Г. 12

32. Во бројниот израз $37 \cdot \square =1443$, вредноста на непознатиот множител е:

А. 41
Б. 43
В. 39
Г. 29

33. Во бројниот израз $47 \cdot \square =1222$, колку изнесува вредноста на непознатиот множител?

34. Во бројниот израз $32 \cdot \square =1344$, колку изнесува вредноста на непознатиот множител?

35. Во бројниот израз $2740 : \square =137$, вредноста на непознатиот делител е:

А. 20
Б. 21
В. 19
Г. 22

36. Во бројниот израз $3120 : \square =240$, вредноста на непознатиот делител е:

А. 15
Б. 14
В. 13
Г. 12

37. Во бројниот израз $\square$: 47=27, вредноста на непознатиот деленик е:

А. 1196
Б. 1169
В. 1296
Г. 1269

38. Во равенката $x \cdot 382 = 13370$, колку е вредноста на непознатиот множител?

39. Бројот 780 е производ на броевите:

А. 28 и 28.
Б. 26 и 30.
В. 24 и 32.
Г. 20 и 36.

40. Кој број е 100 пати помал од бројот 4500?

41. Напиши израз со кој ќе го пресметаш x од равенството $111 : x = 3$

42. Во бројниот израз (3650 : 10 + 32) · 27 - 4, најпрво ќе се изврши операцијата:

А. делење.
Б. множење.
В. одземање.
Г. собирање.

43. Со кој броен израз може да се запише: „Бројот 1457 зголемен за количникот на броевите 8547 и 111“.

44. Во бројниот израз (432 - 27 · 2) : 12 + 32, најпрво ќе се изврши операцијата:

А. собирање.
Б. делење.
В. множење.
Г. одземање.

45. Кој е остатокот што се добива при делењето на броевите 2488 и 24?

46. За правење на салата во детското одморалиште се употребени 8,42 килограми зелка и 7,28 килограми моркови. Колку вкупно килограми зеленчук се искористени за салата?

47. За месење на колачи во една пекарница се употребени 13,72 килограми бело брашно и 44,25 килограми црно брашно. Колку вкупно килограми брашно се искористени за колачите?

А. 56,87 килограми.
Б. 56,97 килограми.
В. 57,87 килограми.
Г. 57,97 килограми.

48. Во една месарница во понеделникот се продадени 111,23 килограми месо, а во вторникот се продадени 121,34 килограми месо. Колку вкупно килограми месо се продадени во двата дена?

49. Еден продавач на тезга имал 35,23 килограми спанаќ, за 3 часа продавање му останале 14,52 килограми. Колку килограми спанаќ продал продавачот?

А. 20,71 килограми.
Б. 21,71 килограми.
В. 20,72 килограми.
Г. 21,72 килограми.

50. Ако во една торба се ставени јаболка и круши заедно и тежат 20,4 килограми – ако се знае дека крушите тежат 7,63 килограми, тогаш колку килограми јаболки има во торбата?

51. Ако во една вреќа со шеќер имало 27,4 килограми шеќер, а за потребите на слаткарот Ангел биле потрошени 19,47 килограми шеќер, колку килограми шеќер останале во торбата?

А. 7,43 килограми.
Б. 7,03 килограми.
В. 7,93 килограми.
Г. 7,53 килограми.

52. Ако во една градина има 6 црешови дрва, а секое дрво дава по 121,28 килограми цреши, колку вкупно цреши ќе се наберат од градината?

53. Колку изнесува периметарот на една нива во форма на квадрат ако должината на една страна е 19,34 метри?

54. Митре има 200 дискови со музика во својата колекција, од кои 42 се со рок-музика. Колкав процент од дисковите се со рок-музика?

55. Филип има 300 автомобилчиња во својата колекција од кои 39 се зелени по боја. Колкав процент зелени автомобилчиња има Филип во својата колекција?

56. Рамните површини на цилиндарот претставуваат:

А. квадрати
Б. кружници
В. кругови
Г. правоаголници

57. Ако правите a *и* b се паралелни и правата c е нормална на правата a, тогаш правите b *и* c се:

А. не може да се определи
Б. паралелни
В. совпаѓаат
Г. нормални

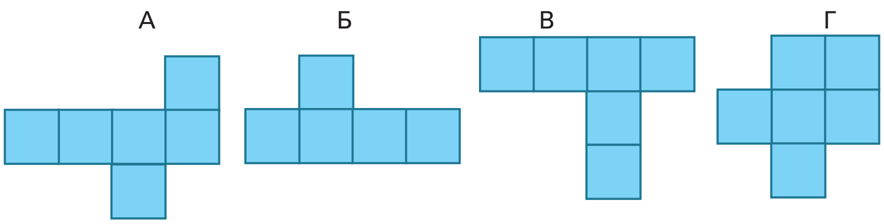
58. Од што е составена мрежата на квадар?

А. Правоаголници и квадрати.
Б. Квадрати.
В. 3Д-форми.
Г. Правоаголници.

59. Колку оски на симетрија има знамето на Република Македонија?

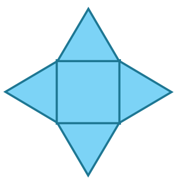
А. 4
Б. 6
В. 2
Г. 8

60. Со која од мрежите на цртежот може да се формира 3Д-формата коцка?



А. Б
Б. А
В. Г
Г. В

61. Мрежата на сликата одговара на 3Д-формата:



А. конус.
Б. триаголна призма.
В. четириаголна пирамида.
Г. тристрана пирамида.

62. Ако еден агол кај триаголник е прав, тогаш велиме дека триаголникот е:

А. разностран
Б. остроаголен
В. тапоаголен
Г. правоаголен

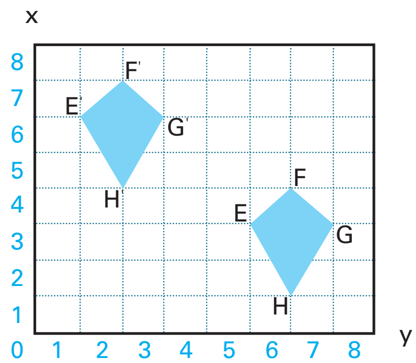
63. Ако во триаголникот ABC нема страни кои се еднакви меѓусебе, за тој триаголник велиме дека е:

А. рамнокрак
Б. рамностран
В. разностран
Г. правоаголен

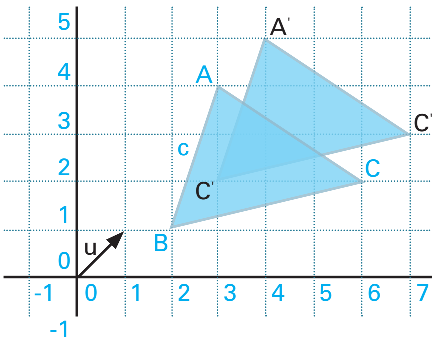
64. Колку оски на симетрија има претставено на цртежот?

65. Колку оски на симетрија има цртежот?

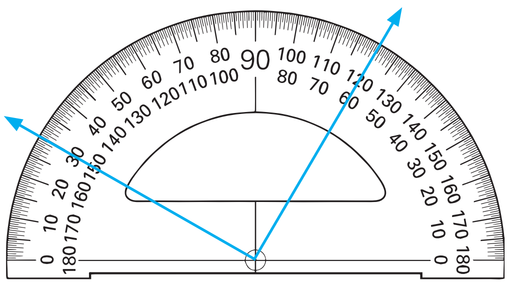
66. Кои се координатите на 2Д-формата пред транслација?



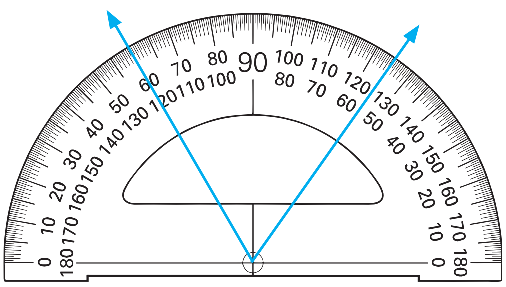
67. Кои се координатите на 2Д-формата по транслација?



68. Колку е голем аголот прикажан на сликата?

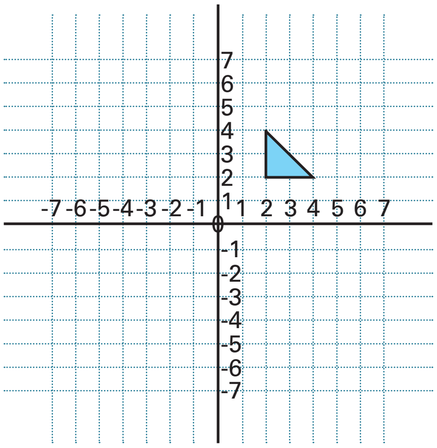


69. Колку е голем аголот прикажан на сликата?



70. Каков агол ќе зафаќаат стрелките на часовникот во 9 часот?

71. Кои координати ќе ги заземе триаголникот по транслацијата од 5 лево и 4 надолу?



72. Ширината на еден правоаголник е 8 m, а должината 12 m. За колку е помала плоштината на квадратот што има страна колку што е ширината на правоаголникот?

73. Нива во форма на квадрат е заградена со 6 реда жица. Притоа се употребени 720 m жица. Колкава е плоштината на нивата?

А. 180 m^2
Б. 720m^2
В. 900m^2
Г. 600m^2

74. Овошна градина во форма на правоаголник има обиколка 120 m. Нејзината должина е 40 m. Колку изнесува плоштината на нивата?

75. Емил ја препливал патеката на малиот пливачки маратон за 1 час и 23 минути, и пристигнал на целта во 10 часот и 55 минути. Определи го времето на почетокот на трката.

76. Автобусот кој ги превезувал учениците на училишна екскурзија тргнал за Струга во 6 часот и 20 минути. Ако патувањето траело 3 часа и 23 минути, во колку часот автобусот стигнал во Струга?

77. Ако Мира е родена на дваесет и први октомври 1988 година, а нејзината сестра Оливера е родена на шеснаесетти ноември 1994 година, колку е помлада Оливера од Мира?

78. Андреј сакал да ја измери својата училишна клупа користејќи го својот молив кој бил долг 14 cm 2 mm. По мерењето Андреј видел дека неговата училишна клупа е долга 12 моливи. Колку е долга училишната клупа на Андреј изразена во метри, центиметри и милиметри?

79. Во една вреќа имало 37 килограми шеќер. За подготвување на слатки биле употребени 14 килограми и 250 грама шеќер. Колку шеќер останал во вреќата?

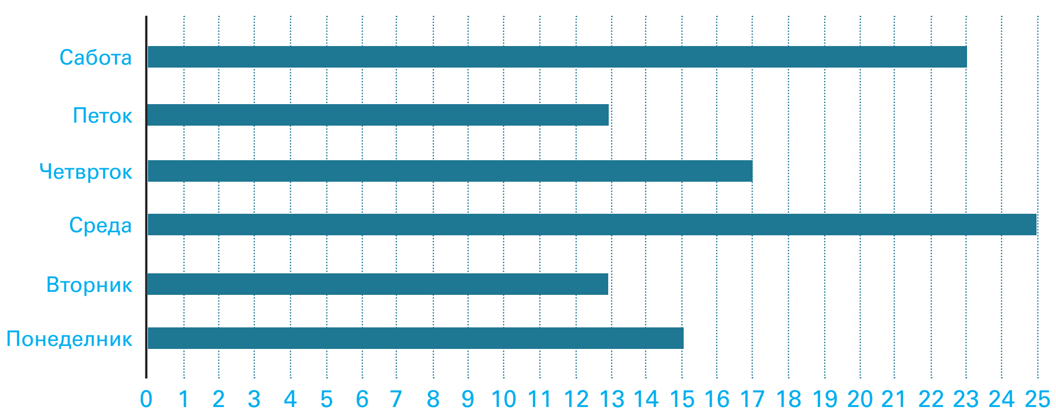
А. 23 kg 250 g
Б. 22 kg 750 g
В. 24 kg 250 g
Г. 22 kg 250 g

80. Во една фабрика се произведени 4320 литри сок од кајсии, а сок од малини за 823 литри помалку. Колку вкупно литри сок се произведени во фабриката?

81. Подот на училницата е во форма на правоаголник со периметар 1400 cm. Нејзината должина е 4 m. Колку изнесува нејзината ширина?

82. На столбестиот дијаграм е претставена продажбата на автомобили во еден салон. Според дадените податоци, определи во кои два дена се продадени еднаков број автомобили.

Продадени автомобили



83. Во рок од 4 часа службеникот на наплатна рампа на автопат ги забележувал боите на автомобилите кои поминувале. Според собраните податоци, тој ја составил следната табела:

Бои на автомобилите кои поминувале	
Црвена	6
Сина	10
Жолта	1
Бела	8
Црна	10
Сребрена	12
Зелена	3

Според табелата, определи која боја на автомобили била најмалку застапена.

84. Марјан сакал да купи компири од пазарот. Продавачот му ја дал следната табела:

Компири (kg)	8	12	16	20
Денари	200	300	400	500

Колку пари ќе му бидат потребни на Марјан за да купи 28 килограм компири?

85.

Прва недела	
Втора недела	

На оваа табела се претставени 800 ѓевреци што се продадени во првата недела и 300 ѓевреци што се продадени во втората недела во една продавница за бели печива.

Кој е бројот означен со знакот  во табелата?

VI одделение

1. Три звучни сигнали се вклучени во ист момент. Првиот се активира секои 24 минути, вториот секои 18 минути, а третиот секои 30 минути. По колку минути најбрзо ќе се слушнат сите три звучни сигнали истовремено?

   А. 120 минути.
   Б. 360 минути.
   В. 240 минути.
   Г. 72 минути.

2. Од 60 црвени и 72 бели мониста треба да направиме исти белезици. Колку најмногу белезици можеме да направиме така што во секоја белезица да има ист број мониста од иста боја и притоа сите да бидат употребени?

   А. 18 белезици.
   Б. 6 белезици.
   В. 12 белезици.
   Г. 4 белезици.

3. Ако некој број се зголеми 2 пати, а потоа производот се намали за 2320, разликата ќе биде 500. Кој е тој број?

4. Бојан купил 4 исти чоколада за 120 денари. Колку чинат 7 исти такви чоколада?

   А. 150 денари.

   Б. 140 денари.

   В. 240 денари.

   Г. 210 денари.

5. Колку изнесува збирот од најмалиот трицифрен и најголемиот двоцифрен број?

6. Периметарот на еден четириаголник е 77 m, а збирот од должините на трите негови страни е 63 m. Колку изнесува должината на четвртата страна?

7. Каков агол образуваат стрелките на часовникот во 18 часот?

А. Остар агол.
Б. Прав агол.
В. Рамен агол.
Г. Полн агол.

8. Колку изнесува кракот b на рамнокрак триаголник со основа $a = 20$ cm и периметар $L = 50$ cm?

А. 10 cm
Б. 25 cm
В. 20 cm
Г. 15 cm

9. Колку изнесува страната на рамностран триаголник со периметар $L = 90$ cm и 15 mm?

А. 30,5 cm
Б. 35 mm
В. 35 cm
Г. 350 mm

10. Една нива во форма на четириаголник со должини на страните 15 m, 25 m, 35 m и 45 m е заградена со 4 реда жица. Колку метри жица се потрошени при заградувањето?

А. 480 m
Б. 120 m
В. 240 m
Г. 360 m

11. Ако збирот од должините на отсечките $a + b = 13$ cm, $a + c = 14$ cm и $b + c = 15$ cm, тогаш отсечката $a + b + c$ има должина:

А. 27 cm
Б. 21 cm
В. 28 cm
Г. 29 cm

12. Павле полнел тегли со ајвар и притоа една тегла полнел за 45 секунди. Колку време му било потребно да наполни 20 тегли со ајвар?

А. 20 минути.
Б. 15 минути.
В. 250 секунди.
Г. 120 секунди.

13. Колку проценти претставуваат 18 часа од денот?

14. Цената на 2 метра штоф е 340 денари. Колку денари треба да се платат за 8 метри штоф?

15. Цената на 1 kg мелено месо е 680 денари. Колку чинат 250 g од месото?

16. Една летва има должина 3 m 77 cm, а друга 2 m 12 cm. Колкава е вкупната должина на двете летви?

А. 5 m 89 cm
Б. 5 m 77 cm.
В. 587 cm.
Г. 578 cm.

17. За еден ред ограда е потребна жица со должина 3 m 43 cm. Колку метри жица се потребни за 3 реда ограда?

18. За еден реда ограда е потребна жица со должина 12 m 57 cm. Колку метри жица се потребни за 2 реда ограда?

19. Возот според возниот ред стигнува во 13 h 40 min. Ако доцни 1 h 15 min, во колку часот ќе стигне?

А. 14 h 15 min
Б. 14 h 55 min
В. 13 h 15 min
Г. 13 h 55 min

20. Павле има 14 години, Агим има 56 години, а Митко има 32 години. Колку изнесува просечната возраст од нивните години?

А. 34 години.
Б. 102 години.
В. 51 години.
Г. 59 години.

21. Анета набрала 17 kg јаболка, Митре набрал 45 kg јаболка, а Петар 28 kg јаболка. Јаболката ги ставиле на едно купче и решиле да си поделат подеднакво. По колку kg јаболка ќе земе секој од нив?

22. Ако $a - b = 200$, тогаш колку изнесува $(a + 25) - (b - 25)$?

А. 250
Б. 200
В. 150
Г. 175

23. Едниот од двата агла, чиишто збир е 90^0, е за 12^0 поголем од другиот. По колку степени имаат аглите?

24. Колку изнесува периметарот на правоаголникот ако едната негова страна има должина 20 cm, а другата страна има должина 5 пати помала од дадената страна?

А. 55 cm.
Б. 48 cm.
В. 50 cm.
Г. 60 cm.

25. Рамностран триаголник има периметар 240 mm. Колку изнесува должината на неговата страна?

А. 80 cm
Б. 0,8 m
В. 8 m
Г. 0,08 m

26. Рамнокрак триаголник има периметар 22 cm. Колку mm изнесува должината на основата, ако кракот има должина 80 mm?

27. Збирот на три броја е 302,99. Првиот од нив е 95,32, а вториот е 2 пати поголем од првиот. Колку изнесува третиот број?

28. Во едно одделение со 28 ученици, 75 % од учениците се одлични. Колку изнесува бројот на одлични ученици во одделението?

А. 20
Б. 21
В. 22
Г. 23

29. Два брода тргнуваат истовремено од исто пристаниште. Првиот се враќа во пристаништето секои 18 дена, а вториот секои 24 дена. По колку дена бродовите најбрзо ќе се сретнат во истото пристаниште?

А. 72 дена.
Б. 144 дена.
В. 108 дена.
Г. 216 дена.

30. Дадени се две жици со должини од 12 метри и 16 метри кои сакаме да ги поделиме на еднакви делови. Која ќе биде најголемата должина на пресеченото парче?

А. 2 m
Б. 4 m
В. 8 m
Г. 1 m

31. Во една продавница има намалување од 25%. За колку денари ќе биде намалена цената на производот кој пред намалувањето чинел 3000 денари?

А. 2975 денари.
Б. 1500 денари.
В. 7500 денари.
Г. 750 денари.

32. Во една кеса има 3 розови, 6 бели и 5 црвени топчиња. Која е веројатноста да биде извлечено бело топче?

33. Дадени се три броја со аритметичка средина 11. Ако двата броја се 11 и 12, колку изнесува третиот број?

А. 9
Б. 10
В. 11
Г. 12

34. Во 5 гајби имало праски. Бројот на праски во секоја гајба соодветно бил: 45, 55, 60, 47 и 33. Колку изнесува просечниот број на праски во една гајба?

35. Еден пакет содржи 30 шишиња со вода. Колку шишиња има во m пакети?

А. m
Б. 30
В. $30 \cdot m$
Г. $30 + m$

36. Одреди прост број кој се наоѓа меѓу броевите 10 и 30 и збирот на неговите цифри е 10.

37. Христина купила 3 килограми домати. Од нив искористила 600 грама за да направи чорба. Уште колку грама домати ѝ останале?

А. 2400 gr
Б. 240 gr
В. 400 gr
Г. 1800 gr

38. Андреј тргнал на планинарење до дестинација оддалечена 8 km. Колку метри тој ќе пропешачи за да стаса до тоа место и да се врати назад до половина пат?

РЕШЕНИЈА:

IV одделение

1. Девојчиња биле 277.
2. А.
3. Г.
4. Од третото училиште биле 173 посетители.
5. А.
6. А.
7. (473+137)-298
8. А.
9. А.
10. 777 - 3 · 35
11. Б.
12. А.
13. Оливер, за 10 поени повеќе.
14. $\frac{4}{16}$
15. Г.
16. В.
17. 1000 чоколада.
18. 15 метри.
19. 1,47 метри.
20. Б.
21. В.
22. В.
23. Б.
24. А.
25. Г.
26. В.
27. Г.
28. А.
29. 350 шишиња.
30. 51 гранче.
31. 1085 јајца.
32. 65 километри.
33. Б.
34. В.
35. 25
36. Г.
37. 270 денари.
38. 220 ученици.
39. 378 острилки.
40. 540 столчиња.
41. В.
42. Г.
43. Г.
44. Б.
45. 9 денари.
46. Б.
47. В.
48. А.
49. 80 компакт-дискови.
50. В.
51. Г.
52. 4 тетратки.
53. А.
54. Г.
55. А.
56. 1,7 килограми.
57. А.
58. Б.
59. 3,87 метри.
60. 904 ученици.
61. 120 денари.
62. Б.

63. 546 садници.
64. 920 јајца.
65. 773 буки.
66. А.
67. В.
68. А.
69. А.
70. 12.
71. Нема темиња.
72. Коцка.
73. А.
74. Еднакви кругови.
75. В.
76. А.
77. Г.
78. Б.
79. Призми и пирамиди (рабести 3Д-форми).
80. Правоаголник.
81. Г.
82. Васе, за 21 секунда.
83. 144 грама.
84. Б.
85. Г.
86. А.
87. Г.
88. 300 грама.
89. Б.
90. Б.
91. А.
92. 49,4 центиметри.
93. В.
94. Г.
95. В.
96. 39 г 9 м 12 д.
97. 525 литри бензин.
98. 3400 литри.
99. 1950 километри.
100. 5 часа и 2 минути.
101. Б.
102. 13 часот и 20 минути.
103. Б.
104. Скокнале исто.
105. Б.
106. 155 центиметри.
107. Г.
108. 3 метри и 2 центиметри.
109. В.
110. 447 килограми.
111. 178 килограми и 0 грамови.
112. 248 километри.
113. В.
114. Во текот на целата недела 82 литри, а во петокот 14 литри.
115. В.
116. 14 литри.
117. В.

V одделение

1. 5250 и 5340.
2. 5374 и 4365.
3. Б.
4. 6747+(6747-1588)
5. Б.
6. В.
7. 2456 повици.
8. Г.
9. Секои 12 месеци.
10. 999.
11. А.
12. В.
13. 8240-(8240:8+2320)
14. Б.
15. 1560
16. Б.
17. 4920
18. А.
19. Б.
20. А.
21. 210 топки.
22. 18100 денари.
23. В.
24. Г.
25. В.
26. 4280-(4280:20+317)
27. А.
28. Б.
29. 3
30. 3000
31. В.
32. В
33. 26
34. 42
35. А.
36. В.
37. Г.
38. 35
39. Б.
40. 45
41. $x = 111:3$
42. А.
43. 1457+8547:111
44. В.
45. 16
46. 15,7 килограми.
47. Г.
48. 232,57
49. А.
50. 12,77 килограми.
51. В.
52. 728,68 килограми.
53. 77,36 метри .
54. 21%
55. 13%
56. В.
57. Г.
58. Г.
59. В.
60. Б.
61. В.
62. Г.
63. В.
64. 3
65. 5
66. E (5,3), F (6,4), G (7,3), H (6,1)
67. A’ (4,5), B’ (3,2), C’ (7,3)
68. 90 степени.
69. 65 степени.
70. Прав агол.
71. (-3,-2); (-1,-2); (-3,0).
72. 32 m^2
73. В.
74. 800 m^2
75. 9 часот и 32 минути.
76. 9 часот и 43 минути.
77. 6 години и 25 дена.
78. $1\,m\ 70\,cm\ 4\,mm$
79. Б.
80. 7817 литри.
81. 300 ^{cm}
82. Вторник и петок.
83. Жолта.
84. 700 денари.
85. 200

VI одделение

1. Б.
2. В.
3. 1410
4. Г.
5. 199
6. 14 метри.
7. В.
8. Г.
9. А.
10. А.
11. Б.
12. Б.
13. 75%
14. 1360 денари.
15. 170 денари.
16. А.
17. 10 m 29 cm
18. 25 m 14 cm
19. Б.
20. А.
21. 30 килограми.
22. А.
23. 51° и 39°
24. Б.
25. Г.
26. 60 mm
27. 17,03
28. Б.
29. А.
30. Б.
31. Г.
32. $\frac{3}{7}$
33. Б.
34. 48 праски.
35. В.
36. 19
37. А.
38. 12000 m

Литература:

1. Vladimir Stojanović. „MATHEMATISKOP - Vodič za šampione. Dodatna nastava, pripreme takmičenja za IV, V, VI razred. Matematiskop. Beograd, 1999.

2. Боривоје Миладиновиќ, Трајче Ѓорѓијевски. „Збирка задачи за подготвување ученици за натпревари”. Скопје, „Нумерус”, 1997.

3. Математичко списание „НУМЕРУС” за ученици од основно училиште. Скопје.

4. Krathwohl, D. R. (2002). A revision of bloom’s taxonomy: An overview. Theory into Practice, 41 (4), 212-218.

5. Алексова А,. Браун К., Кондинска Л., Шопкоски Г., (2009), *Наставата по математика на 21 век*, Проект на УСАИД за основно образование, Скопје.

6. Алексова А., Лестер Ф., Ламбдин Д., (2007), *Подобрување на наставата по математика- материјали за обука,* Проект на УСАИД за основно образование, Скопје.

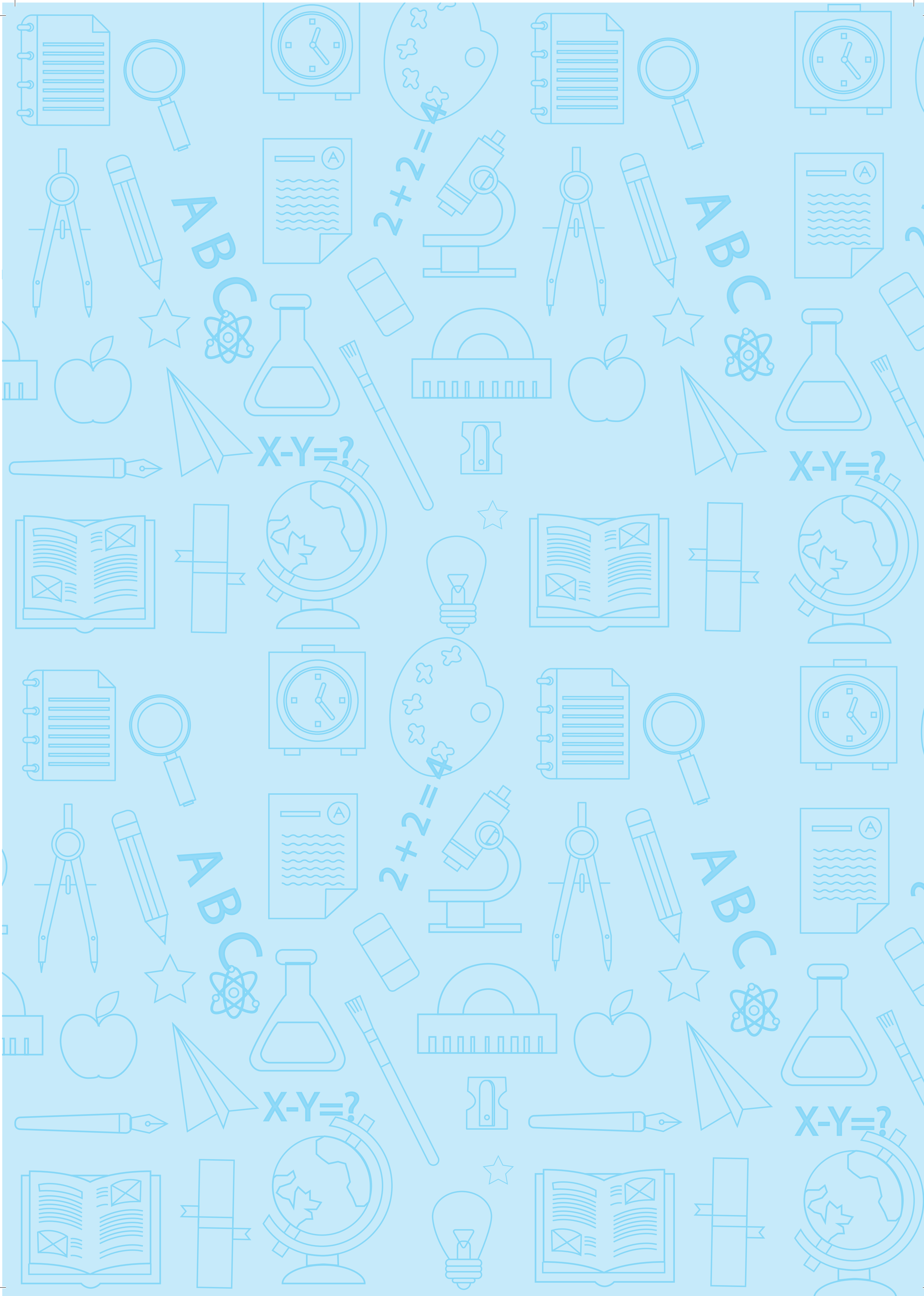
7. Алексова А., Браун К., (2010), *Стратегии во поучувањето математика каде ученикот е во центарот – материјали за обука на обучувачи,* Проект на УСАИД за основно образование, Скопје.

8. „Дидактика на математиката со прирачник за студенти и наставници”. Скопје, 1993.

9. Eves Howard, Newsom Caroll. „An Introduction to the Foundations and Fundamental concepts of Mathematics”. 1964.

10. Кудраявцев, Л. Д. „Мысли о современой математике и изучении”. Москва, 1977.

11. Stanko Prvanovic. „Metodika savremenog matematickog obrazovanja u osnovnoj skoli“. Beograd, 1970.


ABC
X-Y=?
2+2=4